

# 媒質が装荷された厚みのある導体スリットによる平面波回折

## Plane Wave Diffraction by a Loaded Thick Slit

電気電子情報通信工学専攻 清水 将行  
Masayuki SHIMIZU

### 1. まえがき

無線通信技術の発展に伴い、建物内部におけるスマートフォン等のモバイル通信端末の利用機会が増加している。屋内において安定した無線通信を実現するためには、建物の壁や窓を通した屋外屋内間の伝搬特性の解析が重要となるが、電磁波は周波数が高くなるにつれ、建物壁のコンクリートを通す際の減衰が激しくなる。そのため、開口部である建物壁に設けられた窓が、主要な伝搬経路となることが考えられる。そこで、窓を厚みのあるスリットと見なし、スリットによる電磁波の散乱を解析することで、窓を通した伝搬特性を知ることができると考えられる。

厚みのない導体平板上に設けられたスリットによる回折は、典型的な電磁波散乱問題の一つであり、様々な解析が行われている [1-3]。開口幅が比較的広い場合、厚みのないスリットによる回折は、開口端における二つのエッジ回折のみを考慮すればよいと解析が比較的容易であり、幾何光学的回折理論 (Geometrical Theory of Diffraction; GTD [4]) が有効な手法として知られている [2]。一方でスリットが厚みを持つ場合、厚みがない場合に比べ解析が難しく、KP 法を用いた解析 [5] などが行われているが、これらの解析では開口幅が比較的狭いスリットについての問題を扱っている。

以上のような背景のもと、本研究では開口幅が波長に対して広い場合に有効である高周波漸近解法を用い、厚みのあるスリットによる平面波回折を考える。スリット内部に関しては光線・モード変換 [6] を適用し、平行平板導波管モードを用いる。この手法を用いた解析はすでに行われており [7]、開口間での多重エッジ回折、減衰波となるより高次の非伝搬モードの寄与を考慮することにより、解析精度の向上が確認されている [8]。本研究ではこれらの解析を、窓ガラスを想定した媒質がスリット内部に装荷されている場合に拡張して定式化を行う。そして、数値計算結果を他の手法による結果と比較することにより本手法の妥当性を検証する。また、窓モデルを用いた数値計算を行い、実際の窓を想定した回折パターンの解析を行う。

以下の解析では時間調和因子  $e^{-i\omega t}$  を用い、これを省略する。

### 2. 問題の定式化

図 1 に示すように、E 偏波の平面波  $u^i$  :

$$u^i = E_y^i = e^{-ik(x \cos \theta_0 + z \sin \theta_0)} \quad (1)$$

が、開口幅  $a$ 、厚み  $b$  の導体スリットに入射した場合を考える。ここで  $k$  は自由空間中の波数であり、比誘電率  $\epsilon_r$ 、比透磁率  $\mu_r$ 、厚み  $b_2 - b_1 (> 0)$  の媒質がスリット内部に部分的に装荷されているとする。まず、解析の便宜上解析空間を、スリットの照射側 (Reg. I)、スリット内部 (Reg. II)、スリットの回折側 (Reg. III) の三つの領域に分割する。入射波である平面波がスリット上部開口端のエッジ ( $x = \pm a/2, z = 0$ ) に入射することにより、Reg. I へ放射する回折波が生成され、Reg. II へ導波管モードが励振される。この主要回折波  $u_0$  はスリット上方の界における寄与が大きく、観測点 ( $\rho, \theta$ ) における遠方界は GTD を用いて

$$u_0 = u_0^+ + u_0^- \quad (2)$$

$$u_0^+ \sim C(k\rho) D_{-1}(\theta, \theta_0; \frac{3}{2}\pi) \cdot e^{-ika(\cos \theta + \cos \theta_0)/2} \quad (3)$$

$$u_0^- \sim C(k\rho) D_{-1}(\theta + \frac{\pi}{2}, \theta_0 + \frac{\pi}{2}; \frac{3}{2}\pi) \cdot e^{ika(\cos \theta + \cos \theta_0)/2} \quad (4)$$

と書くことができる。ここで、 $C(\chi) = (8\pi\chi)^{-1/2} e^{i(\chi + \pi/4)}$  は二次元自由空間におけるグリーン関数の遠方近似界であり、 $D_\tau(\phi, \phi_0; \phi_w)$  は開き角  $\phi_w$  の完全導体ウェッジに対する Keller の回折係数である [4]。個々の回折波  $u_0^+$ 、 $u_0^-$  は影境界 (Shadow Boundary; SB) となる  $\theta = \pi - \theta_0$  付近において発散傾向を示すが、回折波の足し合わせである  $u_0 (= u_0^+ + u_0^-)$  は、極限を取るにより二つの特異性は相殺され有限値となる [7]。

また、開口端においては左右エッジ間での多重エッジ回折が生じ、開口幅が比較的狭い場合この影響は無視することができない。この影響も主要回折波と同様に GTD により定式化し、多重エッジ回折の寄与を含めて、スリッ

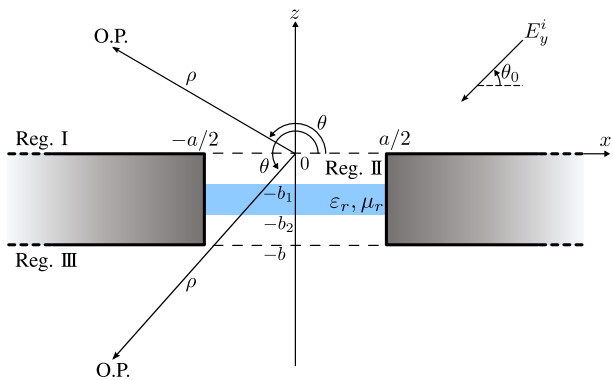


図 1: 解析モデル図

ト上端の開口で励振される主要回折波  $\bar{u}_0$  を求めることができる [8, 9].

入射波により上部開口端で励振された回折波の一部は、スリットの内部である Reg. II へ伝搬し、反射、回折などの多重散乱を経て、再びスリット外部へと放射される。スリットの開口幅が波長に比べ十分に大きいと仮定すると、これらの界は光線の足し合わせで表現することができる。しかし、Reg. II では、入射した回折波がスリット内部の管壁によって多重反射するため、光線和の収束が非常に遅く光線表示は望ましくない。そこで、収束の速い導波管モードを得るため、開口において光線・モード変換を適用する [6].

スリット上部の開口端では、入射波により Reg. I へ放射される主要回折波が生成され、それと同時に Reg. II へ  $z$  軸負方向へ伝搬する導波管モード  $\dot{u}$  :

$$\dot{u} = \sum_{m=1}^{\infty} A_m U_m^- \quad (5)$$

が励振される。  $A_m$  は  $m$  次のモードの振幅であり、  $U_m^\pm$  は平行平板導波管モード:

$$U_m^\pm = \sin \left\{ \frac{m\pi}{a} \left( x + \frac{a}{2} \right) \right\} e^{\pm i\zeta_m z} \quad (6)$$

である。  $\zeta_m = \sqrt{k^2 - (m\pi/a)^2} = k \cos \theta_m$  は  $z$  軸方向におけるモードの伝搬定数であり、モード伝搬角  $\theta_m$  は  $m \leq ka/\pi$  のとき

$$\theta_m = \sin^{-1} \left( \frac{m\pi}{ka} \right) \quad (7)$$

となる。  $m > ka/\pi$  で励振される導波管モードは、伝搬定数  $\zeta_m$  が純虚数になるため、それに対応する  $U_m^\pm$  は非伝搬モードとなり伝搬するにつれて急激に減衰する。この場合、式 (7) で示したモード伝搬角を複素数へ拡張することにより、非伝搬モードの計算が可能となる。複素数へ拡張したモード伝搬角を  $\hat{\theta}_m$  とすると

$$\hat{\theta}_m = \frac{\pi}{2} - i \cosh^{-1} \left( \frac{m\pi}{ka} \right) \quad (8)$$

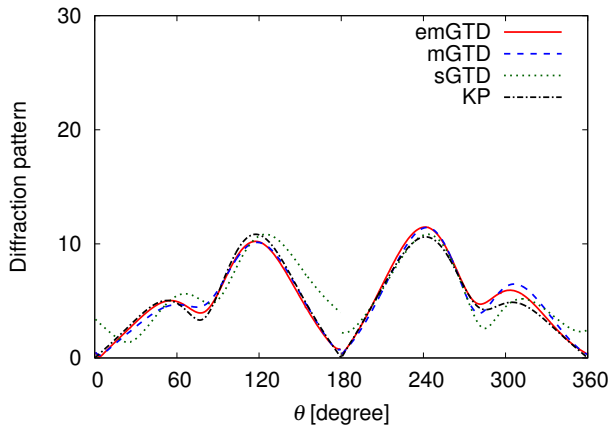
となる [10].

上部の開口端において励振された導波管モードは、スリット内部を下方方向に伝搬し、装荷された媒質へ入射する。内部に異媒質が装荷されている場合、無限長導波管と仮定することにより、媒質表面における境界条件を用いて各散乱係数を導出することができる。光線・モード変換を適用したことにより、これらの散乱はモードの反射・透過として扱うことができるため便利である。媒質を透過したモードは下部開口端に入射し、これにより Reg. III へ再放射される回折波、再び内部を上方向へ伝搬する導波管モードが励振される。これらの再放射界は文献 [7, 8] と同様に、スリット開口端における導波管モードの励振、結合、ならびにスリット外への再放射を表現した行列の組合せで簡単に表記することができるが、行列式及び行列要素の具体的な記述は、紙面の都合上割愛する。

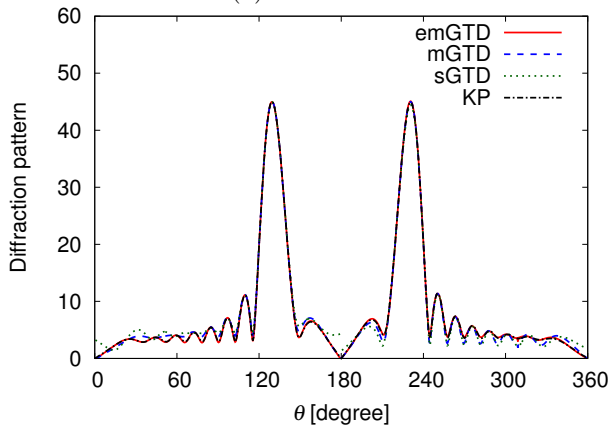
### 3. 数値計算結果及び考察

最初に、他の手法による解析結果との比較を行う。比誘電率  $\epsilon_r = 3.00$ 、比透磁率  $\mu_r = 1.00$  をもつ損失のない誘電体が開口内部全体に装荷されたスリットに、E 平面波が入射角  $\theta_0 = 50.0^\circ$  で入射したときの遠方回折界を図 2 に示す。厚みを  $kb = 2.00$  とし、開口幅はそれぞれ (a)  $ka = 7.00$ , (b)  $ka = 30.0$  である。以降、回折界の計算では共通となる  $C(k\rho)$  を除いた界を示す。本手法による結果を GTD とし、開口端の左右エッジ間における多重エッジ回折の寄与及び、非伝搬モードの寄与を考慮した結果を emGTD、多重エッジ回折の寄与を考慮した結果を mGTD、一次エッジ回折のみを考慮した結果を sGTD とする。また、小林ポテンシャル法による結果 [5] を参照解とし、これを KP とする。両者の場合とも KP とよい一致を示し、誘電体が装荷されていない場合の結果 [8] に比べ、減衰波である非伝搬モードの影響が大きいことがわかる。誘電体内部では伝搬定数が異なり、しゃ断周波数の条件が変化する。そのため、誘電体が装荷されていない場合に比べてしゃ断周波数に近い非伝搬モードの寄与が重要となると考えられる。図 3 は損失のある誘電体 ( $\epsilon_r = 3.00 + i4.00$ ) が装荷されている場合の結果である。誘電体が虚部をもつため伝搬中に損失が生じ、スリット内を伝搬して下方へ放射する波は非常に弱くなる。比誘電率を虚数とした場合でも精度の良い結果となった。

以上のように、KP 法と比較することによって本解析手法の妥当性が示されたので、続いて実際の建物壁に設けられた窓モデルによる散乱についての解析を示す。誘電体は、一般的に窓ガラスに用いられるソーダガラスを想定し、自由空間法 [11] を用いた実測から得られた結果が



(a)  $ka = 7.00$



(b)  $ka = 30.0$

図 2: 損失のない誘電体が開口内部に全装荷された厚みのあるスリットによる遠方回折界.  $kb = 2.00$ ,  $kb = kb_2 = 2.00$ ,  $kb_1 = 0$ ,  $\theta_0 = 50.0^\circ$ ,  $\varepsilon_r = 3.00$ ,  $\mu_r = 1.00$ .

ら,  $\varepsilon_r = 7.50$  とした. 以降の数値計算例では, 窓ガラスは厚みのある壁の中心に装荷されているものとし, 回折パターンを比較している結果の最大 dB 値で規格化して表す. また, 携帯電話の使用周波数を想定し, 周波数  $f$  を  $1.00$  GHz (自由空間波長  $\lambda = 300$  mm) とする.

図 4 に, 窓幅  $a$  を  $1000$  mm ( $= 3.33\lambda$ ),  $2000$  mm ( $= 6.67\lambda$ ),  $3500$  mm ( $= 11.6\lambda$ ) と変化させた場合の遠方回折界を示す. 壁厚  $b$  を  $150$  mm, 窓ガラスの厚み  $b_2 - b_1$  を  $5.00$  mm とし, 入射角  $\theta_0 = 50^\circ$  で, 屋外から窓へ入射した場合を考える. これらの周波数を用いた場合, 開口幅が波長に対して十分大きくなり, 参照解として使用した KP 法による解析は困難となる. 影境界を与える主反射・透過方向 ( $\theta = \pi \mp \theta_0$ ) に強く回折され, 窓幅が大きい程回折量が増加する傾向となった.

図 5 は窓ガラスの厚みを変化させた場合の回折パターンである. ガラスが厚いほど, 屋内側への透過量が減少し, 屋外側ではやや増加する傾向がある. 窓ガラスの厚

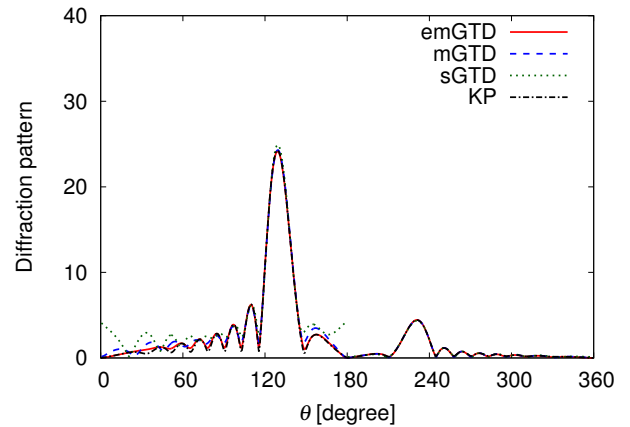


図 3: 損失のある誘電体が開口内部に全装荷された厚みのあるスリットによる遠方回折界.  $ka = 30.0$ ,  $kb = 2.00$ ,  $kb = kb_2 = 2.00$ ,  $kb_1 = 0$ ,  $\theta_0 = 50.0^\circ$ ,  $\varepsilon_r = 3.00 + i4.00$ ,  $\mu_r = 1.00$ .

みは通常  $5$  mm ( $= 0.0167\lambda$ ) 程度と波長に比べて十分小さいため, ガラスの有無による影響は小さく, 影境界方向におけるパターンの大きな変化は見られない.

## 4. 結論

GTD を利用して, 建物壁に設けられた窓による平面波の回折について解析した. 窓を模擬した厚みのあるスリット開口部に誘電体層を装荷した問題として定式化し, 最初にその解析手法の妥当性を他解法と比較することによって確認した. 次に携帯電話の使用周波数を想定した数値計算により, 建物壁や窓ガラスの厚みが, 波長に対して十分薄くなるので, 窓ガラスの装荷されていない, 中空スリットによる平面波回折の解析によっても, 回折パターン等の概要が推定できることが示された. 今後は, 本手法を拡張して三次元構造をした方形窓が単独で, あるいは複数存在する場合についての解析を進める予定である.

## 謝辞

本研究を行うにあたり, 本学理工学部 白井宏教授から承った親切なるご指導, ご鞭撻に対し, 謹んで御礼申し上げます. また, 有益な解析データ及び御助言を承りました, 新潟大学教育人間科学部 佐藤亮一教授に心より感謝いたします.

本研究の一部は, 平成 27 年度 日本学術振興会 科学研究費補助金基盤研究 (C)15K06083 および, 中央大学基礎研究費の助成を受けて行われた.

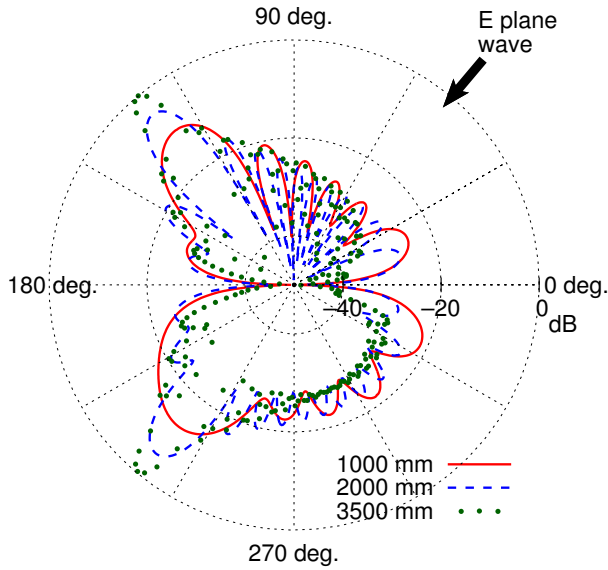


図 4: 窓幅が遠方回折界に及ぼす影響.  $f = 1.00$  GHz,  $\theta_0 = 50.0^\circ$ ,  $b = 150$  mm,  $b_2 - b_1 = 5.00$  mm,  $\epsilon_r = 7.50$ ,  $\mu_r = 1.00$ . —:  $a = 1000$  mm; - - -:  $a = 2000$  mm; ···:  $a = 3500$  mm.

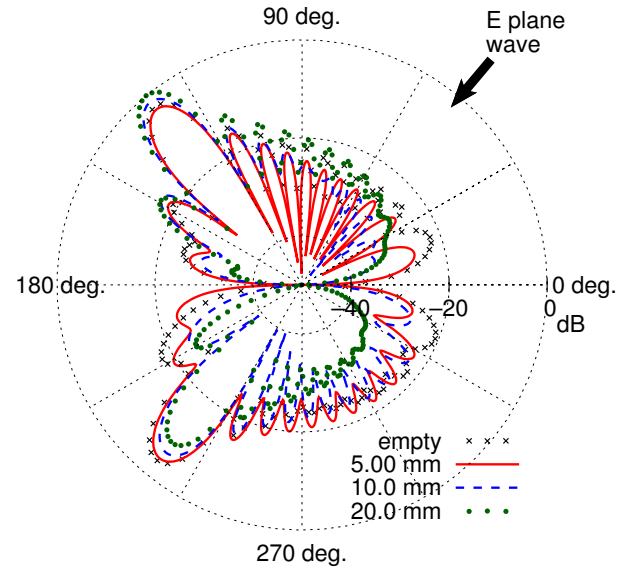


図 5: 窓ガラスの厚みが遠方回折界に及ぼす影響.  $f = 1.00$  GHz,  $\theta_0 = 45.0^\circ$ ,  $a = 2000$  mm,  $b = 150$  mm,  $\epsilon_r = 7.50$ ,  $\mu_r = 1.00$ . ×××: ガラスなし; —:  $b_2 - b_1 = 5.00$  mm; - - -:  $b_2 - b_1 = 10.0$  mm; ···:  $b_2 - b_1 = 20.0$  mm.

## 参考文献

- [1] Y. Nomura and S. Katsura, “Diffraction of electromagnetic waves by ribbon and slit. I,” *Journal of Phys. Soc. Japan*, vol.12, no.2, pp.190–200, Feb. 1957.
- [2] S. N. Karp and A. Russek, “Diffraction by a wide slit,” *J. Appl. Phys.*, vol.27, no.8, pp. 886–894, Aug. 1956.
- [3] J. J. Bowman, T. B. A. Senior and P. L. E. Uslenghi eds., *Electromagnetic and acoustic scattering by simple shapes*, Hemisphere Publ., New York, 1969.
- [4] J. B. Keller, “Geometrical theory of diffraction,” *J. Opt. Soc. Am.*, vol.52, no.2, pp.116–130, Feb. 1962.
- [5] K. Hongo and G. Ishii, “Diffraction of an electromagnetic plane wave by a thick slit,” *IEEE Trans. on Antennas Propag.*, vol.AP-26, no.3, pp.494–499, May 1978.
- [6] H. Shirai and L. B. Felsen, “Rays, modes and beams for plane wave coupling into a wide open-ended parallel plane waveguide,” *Wave Motion*, vol.9, no.4, pp.301–317, July 1987.
- [7] H. Shirai and R. Sato, “High frequency ray-mode coupling analysis of plane wave diffraction by a wide and thick slit on a conducting screen,” *IEICE Trans. on Electron.*, vol.E95–C, no.1, pp.10–15, Jan. 2012.
- [8] H. Shirai, M. Shimizu, and R. Sato, “Hybrid ray-mode analysis of E-polarized plane wave diffraction by a thick slit,” *IEEE Trans. on Antennas Propag.*, vol.64, no.11, pp.4828–4835, Nov. 2016.
- [9] H. Y. Yee, L. B. Felsen, and J. B. Keller, “Ray theory of reflection from the open end of waveguide,” *SIAM J. Appl. Math.*, vol.16, no.1, pp.268–300, Mar. 1968.
- [10] H. Shirai, Y. Matsuda, and R. Sato, “GTD analysis for evanescent modal excitation,” *IEICE Trans. on Electron.*, vol.E80–C, no.1, pp.190–192, Jan. 1997.
- [11] A. N. Nguyen and H. Shirai, “A Free Space Permittivity Measurement at Microwave Frequencies for Solid Materials,” *IEICE Trans. on Electron.*, vol.E100–C, no.1, pp.52–59, Jan. 2017.