中央大学経済研究所年報　第49号(2017) pp. 1-17

ネットワークと社会資本研究会

生産活動における自律的変動に関するノート

鳥　居　昭　夫

本稿の目的は，生産水準が自立的な循環的変動を示す可能性があることを示すことにある。外部環境が循環性を示さなくとも，事業所固有の理由で，あえて生産水準ないしは在庫水準を循環的に変動させる計画をたてることの合理性が，正弦波および三角波の例を用いて説明される。必ずしも，生産を平準化することだけが費用を節約する方法ではないことが示される。循環的変動の周期は生産費用関数，在庫費用，および生産水準を変更する際の調整費用の大きさに依存して決まる。平均的在庫水準は，生産量の循環的変動の周期によって調整される。個々の事業所において在庫水準が自律的に循環的変動を示すと，事業所間の取引決定において循環的変動の同期化が費用節約のために重要となる。このため，循環的変動の同期化が企業間の取引ネットワークの形成を理解する要因となる可能性がある。

1．はじめに――在庫循環と在庫管理

1-1　在庫循環モデル

通常，ミクロ・レベルすなわち企業レベルにおける周期的挙動としては在庫循環が分析の対象とされてきた。在庫循環は，一般に循環的景気変動と個別企業の意図せざる在庫水準とが，ラグを伴って同期することから生じると考えられており，Metzler（1941）を嚆矢として多くの理論モデルによって説明されてきた。景気が拡張している時期には，企業の予想より実際に実現する需要が大きく，意図せざる在庫減が発生する一方，景気が縮小している時期には企業の予想より実際の需要の低下が大きく，意図せざる在庫増が発生する。意図せざる在庫減がある場合には，企業は適正と考えられていた水準へ在庫水準を調整しようとし，さらに需要水準の増大にあわせて在庫水準を拡大させようとする。このために，在庫投資は景気の拡大期に増大し，縮小期に減少すると考えられている。いずれにせよ，生産を拡大して対応する必要が生じるが，この調整には時間がかかり，ラグをもって企業は生産水準を増大させるとされる。同様に，意図せざる在庫増がある場合には，ラグをもって生産を縮小させることになる。ラグを伴った生産の増大（減少）があるとき，生産の増大が実現する時点

では，さらに意図せざる在庫減（在庫増）が生じている。この理由は，モデルによって様々に説明されている。その１つは，個々の企業における生産の増大は，乗数効果によって経済全体でより高い生産水準の増加をもたらすので，需要の拡大は個別企業の予想より大きくなり，さらに意図せざる在庫減が生じてしまうというものである。しかし，この過程が継続するためには，景気拡大（縮小）が加速度的に進んでいかなければならない。しかしこれは不可能であり，どの時点かで逆に意図せざる在庫増（在庫減）が発生することになる。ないしは，生産規模の拡大ほどには，実際の需要すなわち出荷が増大せず，意図せざる部分在庫増が発生する。意図せざる在庫増（在庫減）は，意図して在庫増（在庫減）を低下させようとする対応を生じさせ，経済全体では需要を縮小（拡大）させる方向に働く。その結果，出荷は縮小しはじめ，今度は意図せざる在庫増が発生していくことになる。以上のメカニズムが働くと，国民経済全体の生産水準が循環的変動を示すことになる。生産水準と在庫水準の両方が循環的に変動するが，一般的に生産水準の変動が４分の１周期遅れる形で位相にずれがあると言われている。また，この振動周期は数年であると言われている[1)]。

企業は，様々な在庫を保有するが，在庫循環のメカニズムにおいて考えられている在庫は製品在庫である。製品在庫は生産量と出荷量との差によって変動する。また，一般に望ましいと考えられる製品在庫水準は出荷量に依存すると考えられている。一定の在庫を保有していても，出荷量の水準が高いときには，欠品によって需要に応えられない確率が高くなり，そのため期待損失が大きくなると考えられるからである。これらの性質が在庫循環を説明する在庫投資の変動要因であると考えられている。

1-2　在庫管理理論

一方で，以上のメカニズムとは全く異なる循環の存在も考えられる。取引費用に固定的部分があることにより，原料の発注ないしは仕入れ品の発注を非連続的に行うとき，すなわち，まとまった量を一時に発注するとき，これら原料や仕入れ品の最適な在庫管理は在庫水準が一定の値以下になったときに，所定の水準まで在庫を回復させるように発注を行うことであるとされる。在庫管理が，（s－S）法と呼ばれるこの方法で行われると，企業ないしは事業所の在庫水準が循環的に変動することになる。ただし，この場合，循環的に変動するのは原料や仕入品の在庫であり，循環の周期も，上述の在庫循環で考えられている周期よりずっと短いものであるとされる。

製品在庫においても同様の短期的循環が発生する可能性はある。すなわち，出荷する製品の取引相手の数，販売先の数が少ない場合には，それぞれの取引先から間欠的に発注が来る

1）　たとえば木村・足立（1998）を参照せよ。

一方で，生産が連続的に行われるときには，製品在庫水準に循環的性質が見られるだろう。しかし，（s-S）法は発注のタイミングと発注量を最適化する方法であるので，出荷に適用しようとするとき，少数の取引先を相手にタイミングと出荷量とを出荷元が決定することができないかぎり，この方法を適用することができない。出荷を受ける側，すなわち発注する側が，出荷のタイミングと受注先を決定する場合には，受注側の製品在庫が循環的変動を示したとしても，周期が自律的に循環的性質を持つとは言えないだろう。ただし，出荷先がタイミングと発注を決定する立場にあるとしても，取引の当事者どうしは重要な項目について調整を行うだろうから，在庫水準の循環性を一定程度自律的な循環性とみなせるかもしれない。また，出荷する製品の取引先の数が大きい場合には，たとえそれぞれの取引先から間欠的に発注が来たとしても，企業にとっては連続的に出荷しているのと同様であろうから，在庫管理の問題は異なったものとなり，必ずしも循環的性質を持たないかもしれない。

本稿の目的は，このように大規模事業所において，出荷する製品の取引先の数がすこぶる多く，そのため出荷量が連続的とみなされる場合にも，在庫水準が循環的変動を示す可能性があることを示すことにある[2)]。しかも，そうした循環性は自律的に定まるものであり，企業ないしは事業所の固有な性質に依存して発生する。たとえば，需要や原材料価格が季節的な変動を示す場合には，企業や事業所の活動水準も当然影響を受けて，循環的性質を示すであろう。本稿で分析する循環性は，そうした外部環境に存在する循環性を反映して発生する循環性ではない。外部環境が循環性を示さなくとも，固有の理由で発生する循環性を考えている。もし，個々の事業所において在庫水準が自律的に循環的変動を示す可能性があることが示されると，在庫循環を多くの事業所における個別の循環的変動の同期化ととらえることができ，経済循環にこれまでとは異なる視点を与える可能性がある。

2．在庫管理と在庫水準の循環的変動

2-1　在庫管理モデルにおける循環的変動

前節で概観したように，在庫循環理論と在庫管理理論の両方とも在庫水準に循環が存在することを指摘しているが，両者の理論に直接の関連があるわけではない。両者には以下の違いがある。第1に，想定されている周期が全く異なる。在庫循環では数年の周期が想定されているが，在庫管理では商品によって異なるものの長くて数ヶ月であろう。第2に，在庫循環理論は製品在庫を想定し，在庫管理は仕入れ品ないしは原材料の在庫の管理を想定してい

2）　本稿では，費用関数に凹性があるときの生産水準の計画的な循環を分析している。意図して計画的な生産水準ではなく，生産水準が確率的に変動する場合を分析した論文に Arata（2015）がある。Arata は多数の企業の生産水準の同期について分析している。

る。ただし，上述のように，在庫管理も特殊な場合には製品在庫を扱うことが可能である。その場合，循環的変動が操作可能な意思決定の結果として自律的に表れることは希であろう。第３に，在庫循環理論では意図せざる在庫の増減の分析が主要な課題であるが，在庫管理理論では，出荷水準が常に変動しているなかで，いかに在庫水準を制御するかが主題となっている。第４に，在庫管理において在庫水準の循環的変動が生じるのは，取引あたり固定的な取引費用があるために，受注が非連続的，ないしは間欠的になることによるが，在庫循環理論では出荷と生産の両方が連続的であってもかまわず，発注受注が非連続になることを必要としない。

2-2　外的需要ショックの吸収

以上のように，在庫循環理論と在庫管理とでは，同じ在庫水準の循環的変動を対象としているとしても，分析の対象としている在庫水準における循環の発生メカニズムは全く異なっている。したがって，事業所レベルで在庫水準の循環的変動がもし存在していたとしても，その発生を在庫循環理論でそのまま説明することはできない。たとえば，在庫管理モデルにおいて，在庫循環理論が循環的変動の生成を説明するような状況を描くことによって，循環的変動の発生を確認できるだろうか。この課題は以下のように検討を試みることができる。この例ではある事業所の生産水準，および製品在庫水準の管理を想定する。

1．需要が定常的な確率過程に従っているとする。ここで，何らかの要因で需要ショックが発生し，単位時間あたりの需要量が恒常的に増大したと考える。最適な在庫管理を考えると，この需要ショックにより，当該事業所の最適な生産水準および最適な在庫水準が変化する。
2．需要を与える確率過程が変化したことによって，需要の実現値が影響を受け，従来の生産計画の下で操業を続けるかぎり，いずれかの時点で，実際の在庫水準が目標値を下回るという形で在庫減が発生する。ただし，需要の変動を前提としているので，限られた期間に在庫減を観測するだけでは，需要をつかさどる確率過程のパラメータに変化があったかどうかを識別することは難しい。需要パラメータに変動はないという帰無仮説を棄却できないかぎり，事業所は，変動はないと前提して，生産水準および目標とする在庫水準を変化させない。
3．事業所は一定の期間の需要の実現値を継続的に観測することによって，需要に恒久的な変化が生じたと判断する。需要の時系列の実現値から恒久的な変化の値を推定し，望ましい生産水準と在庫水準を更新する。更新された望ましい在庫水準を目標値として実際の在庫水準がその目標値に達するまで，生産量を調整する。この生産水準は，生産量の変更に

伴う費用と，生産費用，さらに在庫水準が調整されるまでの在庫費用の変化を考慮して定められるが，望ましい生産水準を超えるものであろう。

4．在庫の実現値が目標値に至った時点で，生産水準を望ましい水準に再調整する。この過程は，長い時間をかけてゆっくりと調整される場合もあるだろうし，短期間に実現される場合もあるだろう。

5．景気が拡大しているときには以上の過程が繰り返されるが，ある時点から在庫増を確認するようになる。

以上の過程によって，生産の拡大がラグをもって実現されることは説明されるが，事業所レベルで在庫水準が循環的性質を持つことは説明されない。何らかのショックが需要に生じた場合でも，そのショックは，一時的なものであれば平準化され，恒久的な変化を反映したものであっても，上の例のように生産量の変化によって対応される。出荷と生産が連続的である場合には，生産量を最適制御の解となるように調整するのが課題となる。たとえば，最適在庫量が拡大したとして，その水準までに実際の製品在庫を増やすためには，まず，望ましい水準以上に生産量を増やして，最適在庫量に近づいたときに，生産量を低下させて，在庫量を最適在庫の水準に維持させるという調整が必要である。こういった調整は，より細かく生産量を調整し，在庫量を常に正確に把握することを要求するであろう。

ここでもし，生産水準および在庫量を意図して循環させている場合には，ショックに対応するための調整を日常的業務である生産量変化の中で実現できる。たとえば，在庫量の拡大局面で，外的な需要ショックにより意図せざる在庫が生じるときには，単に通常より早く在庫量の拡大が実現するだけである。このときには，循環的振動周期の低下として実現したとも言うことができる。

3．生産構造の凹性と在庫水準の循環的変動

以上のように，在庫循環理論において，主たる変動の要因として考えられている意図せざる在庫，すなわち，事業所にとっては外的なショックが与えられたとき，一般に事業所はその外的ショックを吸収する形で対応するのであり，それだけでは循環的変動をもたらすメカニズムを説明するものではない。本稿では，このような外的な要因ではなく，企業の生産活動および在庫蓄積の意思決定のうちに，循環的変動をもたらす要因が存在することを説明しようとするものである。

ここで循環的変動の主たる要因として考察するのは，生産費用構造の凹性である。生産活

動において固定費部分が存在するなどの要因があると，事業所の総費用関数に凹性が表れる。この生産構造の凹性が循環的変動をもたらすことを以下に説明する。

3-1　基本的設定

単一の製品を製造・出荷している事業所を考える。この事業所の期日 $t \in [0,1]$ における操業について以下の仮定をおく。t は連続な時間を表すものとする。

1．t における生産活動水準を $u(t) \in \mathbb{R}^+$ とおく。この生産活動により，$2u(t) - \{u(t)\}^2$ の費用が発生する。すなわち，費用構造は $u(t) \in [0,1]$ の領域において凹性を持つ。
2．この事業所からは単位時間あたり $B \in [0,1]$ の出荷が行われる。事業所は出荷のために製品在庫を維持する。t における在庫水準を $x(t) \in \mathbb{R}^+$ とおく。初期の在庫水準を i_0 とする。この在庫水準 i_0 は時間あたり B の出荷を実現するために必要な最小水準の在庫水準でもあるものとする。すなわち，

$$\frac{d}{dt}x(t) = u(t) - B,\ x(0) = i_0$$

である。
3．在庫費用は１単位あたり時間あたり α である。また，生産活動の変更は調整費用

$\beta\left(\frac{du(t)}{dt}\right)^2$ を伴うものとする。ここで β は定数である。

調整費用は生産ラインが生産水準の変更に伴って発生する費用である。この調整費用は生産水準の変更速度の２乗に比例すると仮定している。調整費用が発生するために，通常製造業では，生産水準の平準化を目指している（門田（1990）を参照せよ)。

以上により，この事業所の $t \in [0,1]$ における総費用は

$$\int_0^1 \left[2u(t) - \{u(t)\}^2 + \alpha x(t) + \beta\left(\frac{du(t)}{dt}\right)^2 \right] dx$$

である。

3-2　正弦波を用いた事業所の費用最小化

事業所の費用最小化問題は，

$$\min_{u(\cdot)} \int_0^1 \left[2u(t) - \{u(t)\}^2 + \alpha x(t) + \beta\left(\frac{du(t)}{dt}\right)^2 \right] dx$$

$$\text{subject to } \frac{d}{dt}x(t) = u(t) - B,\ u(t) \geq 0,\ x(t) \geq i_0,\ x(0) = i_0$$

となる。この最小化問題を解析的に直接に解くことは難しい[3]。

ここでは生産水準ないしは在庫水準に循環的変動を与えることの合理性を説明することが目的であるので，代表的な循環の形である正弦波で示される関数形に限定して，この問題の解の性質を解析する。すなわち，

$$u(t)=B+A\sin(2n\pi t),\ n\in\mathbb{N}^{+}$$

として，問題を

$$\min_{n,A}\int_0^1\left[2u(t)-\{u(t)\}^2+\alpha x(t)+\beta\left(\frac{du(t)}{dt}\right)^2\right]dx$$

$$\text{subject to }\frac{d}{dt}x(t)=u(t)-B,\ u(t)\geq 0,\ n\in\mathbb{N}^{+}$$

と変換する。

$$x(t)=i_0+\frac{A}{2n\pi}\ (1-\cos(2n\pi\mathrm{t}))$$

であるので，$x(t)\geq i_0$，for $x\in[0,1]$，$x(0)=i_0$は満たされている。パラメータ A は，この事業所の生産活動における循環的変動の振幅を定める。また，パラメータ n は，単位期間内の循環的変動の振動数を定める。通常は，生産活動水準はできるだけ平準化されるべきであると考えられているので，$A=0$ないしは $n=0$ がこの費用最小化問題の条件となると予想される。

総費用を $TC(n,A)$とおくと，

$$\begin{aligned}TC(\mathrm{n},\mathrm{A})&=n\int_0^{1/n}\left[2u(t)-\{u(t)\}^2+\alpha x(t)+\beta\left(\frac{du(t)}{dt}\right)^2\right]dx\\&=n\left\{2n\pi^2A^2\beta+\frac{2\alpha i_0-2B^2+4B-A^2}{2n}+\frac{\alpha A}{2n^2\pi}\right\}\\&=\frac{4n\pi^2A^2\beta+2\alpha i_0-2B^2+4B-A^2}{2}+\frac{\alpha A}{2n\pi}\end{aligned}$$

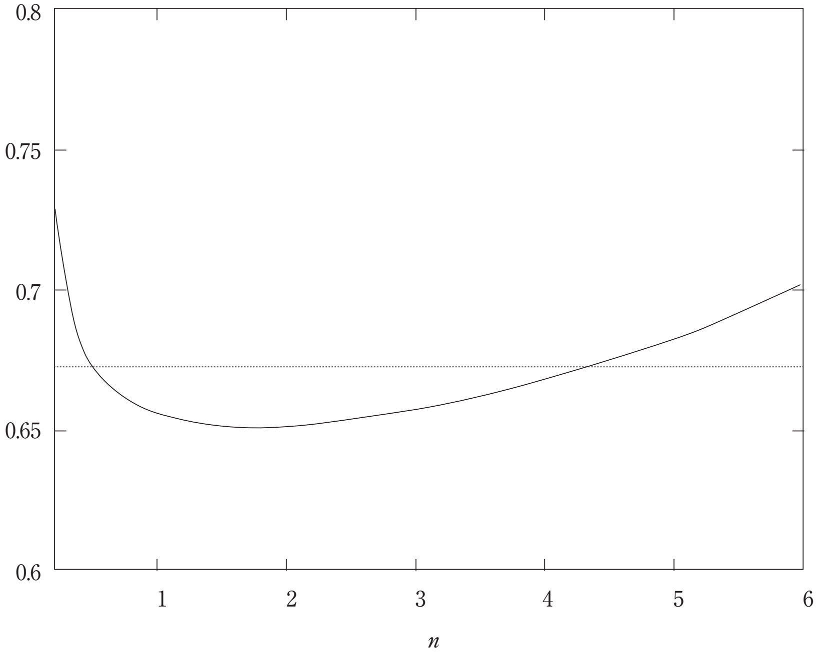
である。

3-3 正弦波による最小化問題の解

総費用の値を $n\in\mathbb{R}^{+}$，$A\in[0,B]$ の範囲内で，すなわち変数 n を仮に実数とみなして，最小化する問題の解は，

3） 特定の条件の下では，変分法により局所解を導くことは可能であるし，その局所解が循環的変動を示すものであることを証明することも可能である。

図 3-1　振動数と総費用の変化



（出所）　筆者作成。

$$A=B,\ \ n=\frac{1}{2\pi}\left(\frac{\alpha}{B\beta}\right)^{\frac{1}{3}} \qquad (1)$$

である。すなわち，$u(t)\geq 0$ の制約の範囲内で B の値で示される循環的変動の振幅を最大にとることが望ましい。解における n の値は，たとえば，

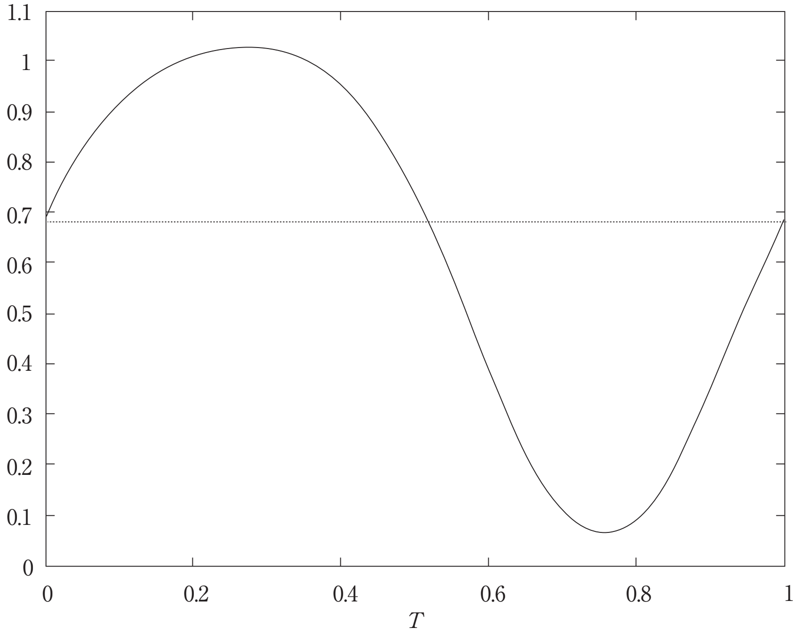
$$A=B=0.4,\ i_0=0.1,\ \alpha=0.4,\ \beta=0.001$$

のとき，約1.6の値をとる。

図 3-1 において点線は，$A=0$，すなわち，循環的変動を設定せず，単純に出荷量と同量の生産を継続して，在庫量を一定に保った場合の費用である $\alpha i_0+\sqrt{B}$ の値を示している。また，実線で示された曲線は n を実数とみなした場合の総費用関数 $TC(B,n)$ の値を示している。図に示されているように，n を自然数に限ると，総費用は $n=2$ において最小値をとり，$1\leq n\leq 4$ において生産量を一定に保つ場合よりも低い値をとる。

図 3-2 は 1 周期内の総費用の変化を示している。図 3-1 の場合と同様に，点線は，$A=0$，すなわち，循環的変動を設定せず，単純に出荷量と同量の生産を継続して，在庫量を一定に保った場合の費用水準を示しており，実線で示された曲線は総費用の値を示している。1 周期の前半は在庫を積み増し，後半は在庫を用いて生産量を節約している。費用関数の凹性を

図 3-2　1周期内における総費用の変化



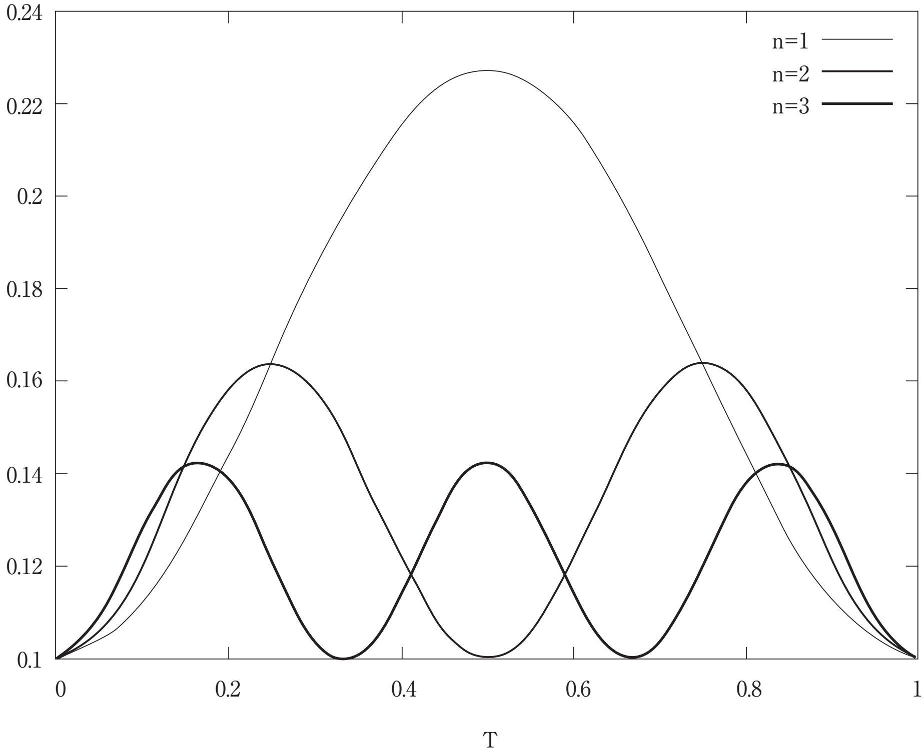
（出所）　筆者作成。

仮定しているので，生産を時期的に集中化させることによって生産費用を節約する。その一方で，平均的な在庫量は増大しているので，在庫費用は循環的変動によって嵩むことになる。さらに，生産を変動させることによってかかる調整費用も循環的変動をもたらすための費用となる。費用関数の凹性による生産費用節約の効果が，これら在庫費用と調整費用との和よりも大きいと，総費用が節約できる。

一定期間内の振動数が少ないとき，在庫の最大積み増し量が増加する。図 3-3 は振動数 n が 1，2，3 のときの在庫水準の変化を示している。振動数が多いとき，頻繁に在庫の積み増しと消化がおきるので，平均的な在庫水準は小さくなり，在庫費用を節約することができる。一方で，振動数が多ければ多いほど，生産水準を急速に変化させなければならないので，調整費用が増大する。このために，式（1）で示されるように，費用を最小化する n の値は在庫費用の大きさを示すパラメータ α の値が大きいほど大きく，調整費用の大きさを示すパラメータ β の値が小さいほど大きくなるのである。

注意すべきなのは，正弦波の振動数を調整することによって，すなわち生産水準ないしは在庫水準の循環的変動の周期を調整することによって平均的な在庫量を調整することができるという点である。定常的な生産と在庫量の維持を目指しているとき，需要構造に発生した何らかの外的ショックによって意図せざる在庫が発生した場合，その効果を平準化して解消

図 3-3　振動数と在庫水準の変化



（出所）　筆者作成。

するためには，細かな調整が必要であった。それに対して日常的に在庫量を変動させているとき，在庫の上限と下限とを設定して，その範囲内に在庫量があるように調整することはより容易であろう。

3-4　三角波を用いた事業所の費用最小化

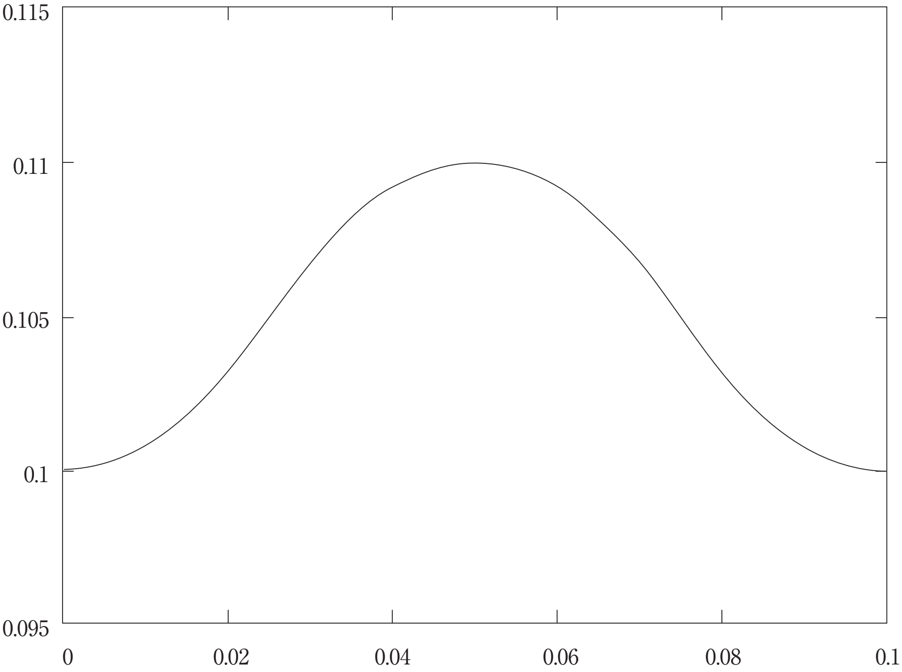
循環的変動を実現する方法は，正弦波に限られない。ここでは，代替的な方法として三角波を用いて事業所の総費用を最小化する問題を考える。常に生産水準の変化する速度を変更しなければならない正弦波を用いる方法に比較すると，生産水準を一定の速度で変更する三角波を用いる方法はより実現が容易であるかもしれない。

振動数 n，振幅 A の三角波を，

$$u(t)=B+A\left(\frac{2}{\pi}\arccos\left(\cos\left(2n\pi t+\frac{\pi}{2}\right)-1\right),\ n\in\mathbb{N}^{+}\right.$$

として特定する。

図 3-4　$A=B=0.4,\ i_0=0.1$の場合の１周期の在庫水準



（出所）　筆者作成。

このとき

$$x(t)=i_0+\begin{cases} 2An\left(t-\dfrac{k}{n}\right)^2 & \left(\text{for } \dfrac{k}{n}\leq t<\dfrac{k}{n}+\quad\right) \\ A\left(2\left(t-\dfrac{k}{n}\right)-2n\left(t-\dfrac{k}{n}\right)^2-\dfrac{1}{4n}\right) & \left(\text{for } \dfrac{k}{n}+\dfrac{1}{4n}\leq t<\dfrac{k}{n}+\dfrac{3}{4n}\right) \\ -A\left(4\left(t-\dfrac{k}{n}\right)-2n\left(t-\dfrac{k}{n}\right)^2-\dfrac{2}{n}\right) & \left(\text{for } \dfrac{k}{n}+\dfrac{3}{4n}\leq t<\dfrac{k+1}{n}\right) \end{cases}$$

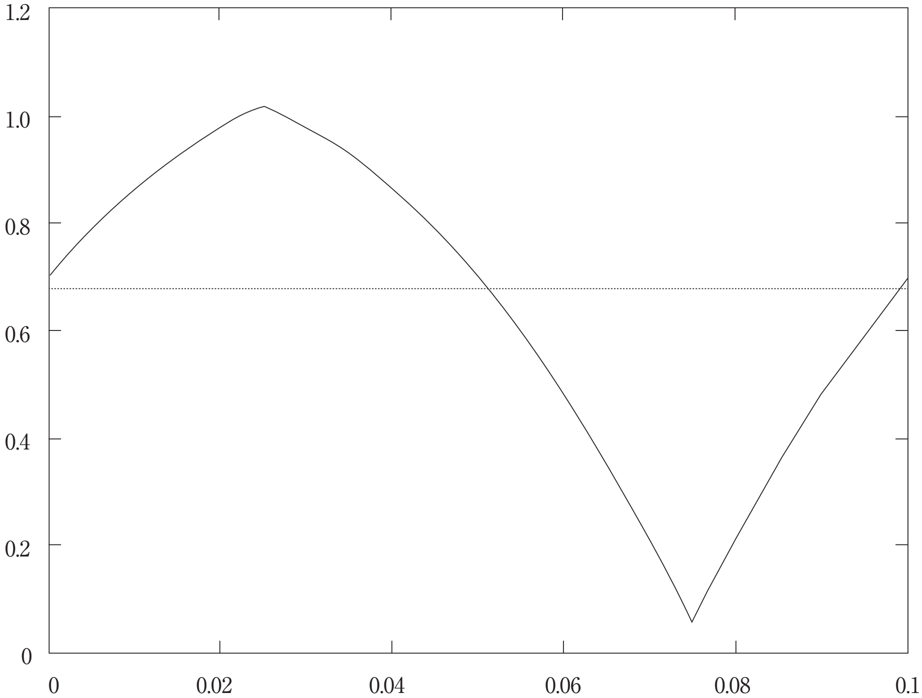
である（図3-4参照）。

正弦波を例示するときに用いたのと同じパラメータの値

$$A=B=0.4,\ i_0=0.1,\ \alpha=0.4,\ \beta=0.001$$

を適用したときの，１周期の総費用の変化は図3-5に示される。図3-5の点線は，図3-2の場合と同様に，$A=0$，すなわち，循環的変動を設定せず，単純に出荷量と同量の生産を継続して，在庫量を一定に保った場合の費用水準を示しており，実線で示された曲線は三角波の場合の総費用の変化を示している。１周期の前半は生産量を増大させ在庫を積み増し，後

図 3-5　三角波における 1 周期の総費用の変化



（出所）　筆者作成。

半は在庫を用いて生産量を節約している。費用関数の凹性を用いて，生産を集中化させることにより全体の生産費用を節約している。図は費用関数の凹性による生産費用節約の効果が，在庫費用の増大と調整費用との和よりも大きい場合を示している。

総費用 $TC(n, A)$ は，この場合，

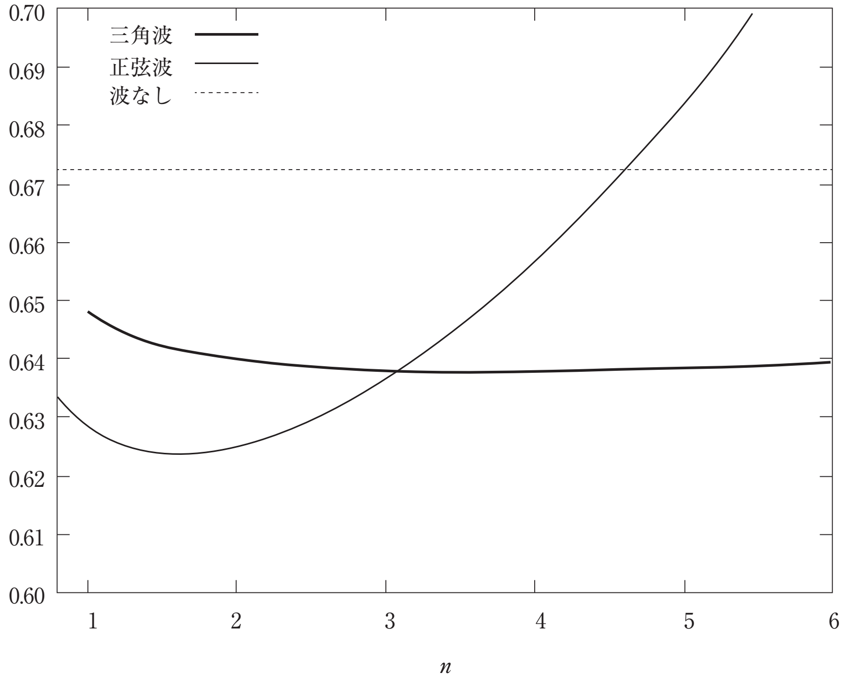
$$
\begin{aligned}
TC(n, A) &= n\int_0^{1/n}\left[2u(t) - \{u(t)\}^2 + \alpha x(t) + \beta\left(\frac{du(t)}{dt}\right)^2\right]dx \\
&= n\left\{4A\beta + \alpha\left(\frac{A}{8n^2} - \frac{i_0}{n}\right) - \frac{B^2 - 2B + A^2}{3n}\right\} \\
&= 4An\beta + \alpha\left(\frac{A}{8n} - i_0\right) - \frac{B^2 - 2B + A^2}{3}
\end{aligned}
$$

である。

この式の値を $n \in \mathbb{R}^+$, $A \in [0, B]$ の範囲内で，すなわち変数 n を仮に実数とみなして，最小化する問題の解は，

$$
A = B, \quad n = \frac{1}{2^{\frac{5}{2}}}\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}
$$

図 3-6　振動数と総費用の変化



（出所）　筆者作成。

である。正弦波の場合と同様に，$u(t) \geq 0$ の制約の範囲内で B の値で示される循環的変動の振幅を最大にとることが望ましい。n の値は，たとえば，

$$A=B=0.4,\ i_0=0.1,\ \alpha=0.4,\ \beta=0.001$$

のとき，約 9 の値をとる。

図 3-1 の場合と同様に，振動数と総費用との関係を図 3-6 に示す。最も太い線が三角波の場合において仮に n を実数と見なしたときの総費用関数 $TC(A,n)$ の値を示している。点線は，$A=0$，すなわち，循環的変動を設定せず，単純に出荷量と同量の生産を継続して，在庫量を一定に保った場合の費用である $\alpha\, i_0+\sqrt{B}$ の値を示している。図に示されているように，総費用は $n=4$ において最小値をとり，図に示される範囲内で生産量を一定に保つ場合よりも低い値をとる。さらに，図 3-6 は正弦波を用いた場合の総費用をも示している。振動数が少ないとき，すなわち周期が大きいときには，正弦波を用いた方が総費用を節約できるが，一方で，振動数が多いとき，すなわち周期が小さいときには，三角波を用いた方が総費用を節約できることが示されている。これは，三角波が正弦波に比べて調整費用の節約に優れ，振動数 n が大きいときにこのメリットが発揮されていることを示している。

4．循環的変動の接合

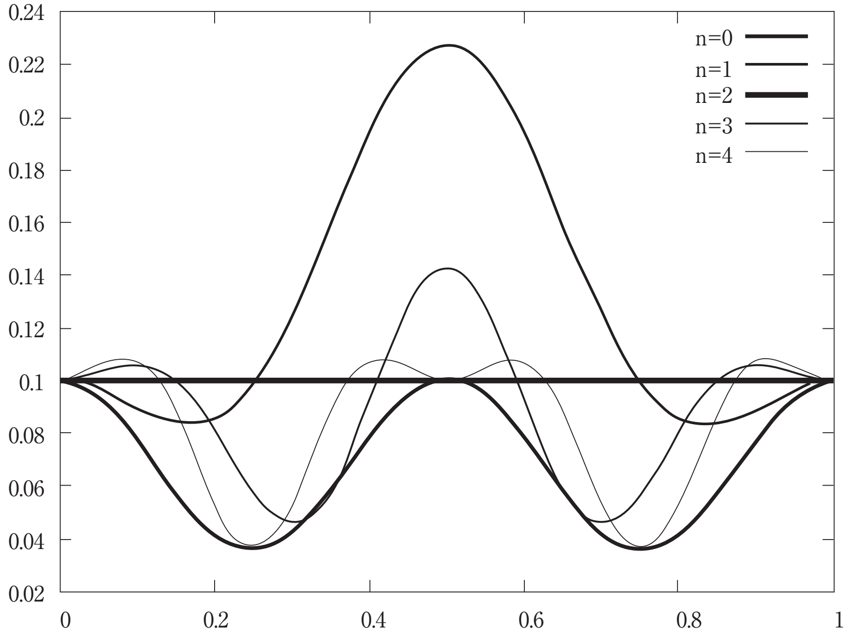
ここまで，需要は時間あたり一定の値をとり，変化しない，すなわち平準化されていると仮定している。前節までに示したように，生産費用構造に凹性がある場合には，自律的に生産水準および在庫水準を循環変動させる合理性がある。したがって，取引先の経済活動も同様に循環的変動を示していることは十分に考えられる。その場合にも，やはり生産活動を循環的に変動させる合理性はあるだろうか。本節では，この命題をシミュレーションによって考える。ないしは，経済活動が平準化されている出荷先と循環的変動をしている出荷先とがあり，出荷先を選択できる場合，どちらと取引を行うことが大きい負荷となるだろうか。どちらがより生産・在庫コストを節約できるだろうか。

取引相手の循環的変動が，$n=2$, $A=B$ で示される場合を想定する。すなわち，取引相手における在庫費用，および調整費用から１期間内に２回生産活動を循環的に変動させる生産計画を立てている事業所との取引を想定する。これまでと同じパラメータの値

$$A=B=0.4,\ i_0=0.1,\ \alpha=0.4,\ \beta=0.001$$

を仮定する。このとき，循環的変動を設定すると，在庫水準は図4-1で示される。

図 4-1　$n=2$の出荷先との取引による在庫水準の循環的変動



（出所）　筆者作成。

$n=2$のとき，生産活動と出荷量は完全に同期する。このとき，在庫水準は一定で変化しない。一方で，生産活動と出荷の周期が異なると，在庫水準は大きく変動することになる。ここでは，在庫量 i_0を円滑な出荷のために最小限必要な在庫量であると仮定している。生産活動と出荷の周期が異なると，在庫水準の変動が重なる結果，一時的に i_0を下回る可能性が生じる。出荷量が一定の場合には，生産量が正弦関数で変動をしても，必ず生産量の増大に生産量の減少が続くため，初期に最小水準を満たしていれば期間を通して最小水準を下回ることはない。しかし，出荷量が独立した循環を示し生産量と同期しない場合，一時的に大きく在庫量が減少することがありえる。その場合にも最小限の在庫量を確保するためには，全体の在庫水準を底上げしなければならない。ここでは，期間を通して最小限の在庫水準 i_0が確保されるよう，在庫水準が調整されると仮定する。

出荷量の振動数 n が 2 であると仮定し，

$$B\,(1+\sin(2n\pi t))\ \text{for}\ t\in[0,1]$$

と示されるとき，$t=0$ において必要な在庫量は表4-1に示される。

必要な在庫量が増大するために，在庫費用も増大する。そのために，総費用も変化する。図4-2はこの総費用を，出荷に変動がない場合の総費用を表した図3-1に重ねている。

図4-2は，出荷に変動がある場合には，生産の循環的変動の振動数が異なると，より大きく総費用の差になって表れることを示している。生産が出荷の循環的変動にうまく同期すれば費用を節減できるが，同期に失敗すると，総費用が必要在庫の積み増し分だけ増大してしまう。

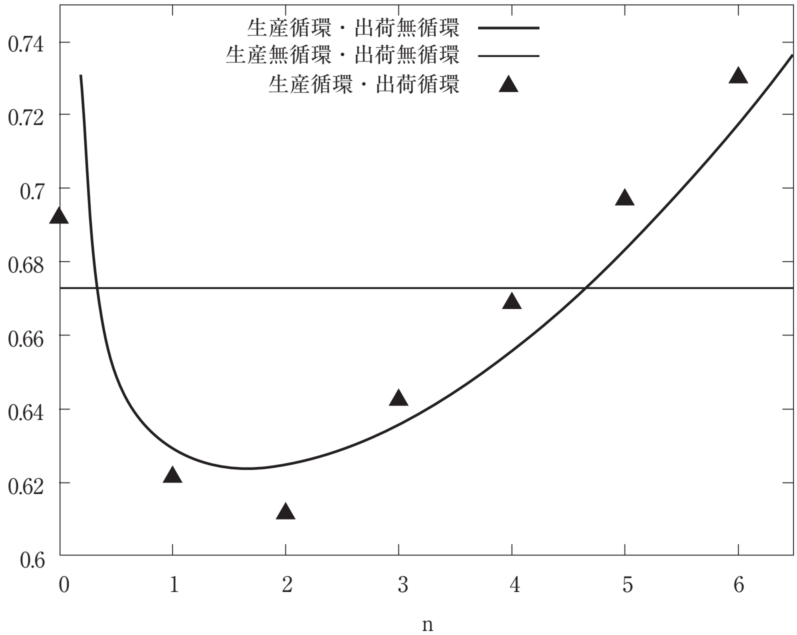
この観察から次の予想が可能である。もし効率的生産と在庫の循環を目指すため，循環周期の同期が取引相手の選択の条件であるとすると，系列化と似た形の取引ネットワークの形態が観測されるであろう。2次取引先まで見た場合，確率的に予想されるよりもはっきりとした系列化が観測されるだろう。

表 4-1　振動数と必要在庫量・総費用

n：出荷量の単位時間あたり振動数	初期に必要な在庫量	総費用
0	0.164	0.692
1	0.116	0.622
2	0.1	0.612
3	0.154	0.643
4	0.164	0.669
5	0.159	0.698
6	0.151	0.731

（出所）　筆者作成。

図 4-2　出荷に変動がある場合とない場合の総費用水準



（出所）　筆者作成。

取引先と循環的変動を同期することが可能であれば，高い効率性を発揮できる。そのために，取引相手と同期が可能であるかどうかが取引相手選択の動機になる可能性がある。ないしは，同期に成功した場合，高い効率性を実現でき，競争力を高めることができる。そうした取引関係が生き残るとすれば，それぞれ生産・在庫が同期した企業クラスターが観測できるだろう。

5．おわりに

本稿では，連続的な生産活動および出荷をしている事業所であっても，生産費用構造に凹性があれば，生産活動水準を循環的に変動させることによって費用を節約できる場合があることを説明した。取引先の活動水準にそうした循環性が見られるとき，互いの循環性を同期させることが費用を節約するために重要となるので，系列取引の根拠ともなる可能性がある。通常は，生産水準の平準化こそが重要であると考えられていることを見直す必要があるかもしれない。

ただし，ここでは費用節約の機会があることを説明していても，循環を持つ生産計画が最適解であることを証明したわけではない。難しい問題であるが，次の段階での課題としたい。また，循環的変動は事実であれば，観察が可能であるはずである。しかし，事業所の高

頻度時系列での活動水準のデータを得ることは難しい。多くの場合，年次データ，ないしは半期データしか得られない。これでは，検証は可能でない。特定の業種に絞り，高頻度時系列データを得て検証するのがもう一つの課題である。

付記　本稿は科学研究費補助金挑戦的萌芽研究（15K13019）の成果の一部である。記して感謝したい。

参 考 文 献

木村武・足立正道（1998）「在庫変動と景気循環―生産・在庫管理技術の発達を巡って―」『日本銀行月報』1998年 4 月号。

門田安宏（1991）『新トヨタシステム』講談社。

Arata, Y. (2015), Endogenous business cycles caused by nonconvex costs and interactions. *Journal of Economic Interaction and Coordination*, pp. 1–25.

Metzler, Lloyd A. (1941), “The nature and stability of inventory cycles.” *The Review of Economics and Statistics* Vol. 23, No. 3, pp. 113–129.