

固定相場・変動相場混合3国マンデル=フレミング・モデルについて

——不完全資本移動の場合——

浅田 統一郎

In this paper, we formulate a three country Mundell-Fleming model with imperfect capital mobility and mixed type of fixed and flexible exchange rates. It is assumed that country 1 and country 2 belong to the currency integrated region that is governed by a super-national central bank such as European Central Bank, and that region and country 3 are economically connected through flexible exchange rates. Under this setting, we study the dynamic stability/instability of the equilibrium point and the comparative static analysis of fiscal and monetary policies mathematically, and provide some economic interpretations of the analytical results.

1. はじめに

最近では国際マクロ経済学の分野でも完全雇用・完全均衡を前提にする新古典派アプローチが主流派の地位を占めるようになったが、それにもかかわらず、閉鎖経済を前提にしたケインズ (Keynes (1936)) の不完全雇用モデルを開放経済に拡張した Mundell (1963, 1968) と Fleming (1962) に由来するいわゆるマンデル=フレミング・モデルは、不完全雇用・不均衡を伴う現実的な状況における国際マクロ経済分析の便利な道具として、現在でも依然として確固とした地位を占めている¹⁾。

ところで、国際マクロ経済学に関する多くの教科書では、マンデル=フレミング・モデルに言及するとき、取り扱いの容易さの故に、完全資本移動の小国モデルのみを過度に重視して取り上げることが多い。よく知られているように、この想定のもとでは、固定相場制のもとでは財政政策は有効であるが金融政策は無効になり、変動相場制のもとでは金融政策は有

1) マンデル=フレミング・モデルを解説した教科書は数多く存在するが、たとえば、浅田 (2016b)、奥村 (1985)、河合 (1994)、Frenkel and Razin (1987) を参照されたい。

効であるが財政政策は無効になる、という極端な結論が導かれる。ところが、この非現実的な結論は、不完全資本移動の大国モデルでは、成立しない。マンデル=フレミング・モデルは、完全資本移動の小国のケースに限定されるわけではない。浅田（2016a）は不完全資本移動・変動相場制の2国マンデル=フレミング・モデルでは金融政策だけではなく財政政策も有効になることを示している。また、Nakao（2017）は、不完全資本移動・通貨統合（固定相場制）の2国マンデル=フレミング・モデルでは、財政政策だけではなく金融政策も有効になることを示している²⁾。

しかし、現実的な設定のもとで国際マクロ経済分析を行うにあたり、2国モデルには限界がある。たとえば、分析の目的によっては、2国から成る地域がユーロ圏のように超国家的中央銀行を擁する統合通貨圏を構成しているが、その統合通貨圏とは変動相場制によって経済的に結び付けられている米国のような第3国が存在する場合を想定する必要がある。このような場合を理論モデルによって分析するためには、不完全資本移動の固定相場・変動相場混合3国マンデル=フレミング・モデルを構築する必要がある。しかし、筆者が知る限り、このようなモデルは、今までのところ、ほとんど研究されていない。本稿の目的は、このようなモデルを明示的に定式化して数学的な解析を行い、さらに、分析結果の経済学的な解釈を行うことである³⁾。

本稿の構成は、以下のとおりである。第2章でモデルが定式化され、第3章ではこのモデルの誘導型として、5次元（5変数）の非線形微分方程式システムが導出される。第4章では、第3章で導出された微分方程式の均衡解の性質が調べられる。第5章では、均衡点の小域的安定性が数学的に分析される。第6章では、各国の政府や各地域・国の中央銀行による財政政策と金融政策が内生変数の均衡値にどのような影響を及ぼすかを数学的に分析する、財政金融政策の比較静学分析を行う。第7章では、第5章と第6章の数学的分析の結果を経済学的に解釈する。第8章では、結論が述べられる。やや複雑な数学的証明は、文末の付録に収録されている。

2. モデルの定式化

本稿の不完全資本移動のもとでの固定相場・変動相場混合3国モデルは、以下のようにして定式化される。第1国と第2国が固定相場（共通通貨）で結び付いた通貨同盟を構成し、

2) 実は、不完全資本移動を想定すれば、変動相場制の小国モデルでも、金融政策と財政政策の双方が有効になることを示すことができる（浅田（2016b）第7章参照）。

3) Inaba and Asada（2017）は、不完全資本移動の3国モデルであるが、固定相場・変動相場混合モデルではなく、3国はすべて通貨統合（固定相場）によって結びつけられていることが仮定されている。また、Inaba and Asada（2017）では、財政金融政策の効果は分析されていない。

通貨同盟と第3国は変動相場制で経済的に結びついている。すなわち、 $E_2=1, E_3=E$ であり、 E は変数である。ここで、 E_i は、「第*i*国の通貨1単位=第1国の通貨 E_i 単位」として定義された第1国の通貨建ての第*i*国の為替レートである。 E は、通貨同盟の通貨建ての第3国の為替レートである。以下では、 E を単に「為替レート」と呼ぶことにする。

本稿のモデルは、以下のような方程式体系によって構成される。ただし、サブスクリプト i は、国を表す指標である ($i=1,2,3$)。

第*i*国の財市場における不均衡調整過程

$$\dot{Y}_i = \alpha_i [C_i + I_i + G_i + J_i - Y_i]; \alpha_i > 0 \quad (1)$$

第*i*国の消費関数

$$C_i = c_i(Y_i - T_i) + C_{0i}; 0 < c_i < 1, C_{0i} \geq 0 \quad (2)$$

第*i*国の投資関数

$$I_i = I_i(r_i); I_{r_i}^i \equiv dI_i/dr_i < 0 \quad (3)$$

第*i*国の租税関数

$$T_i = \tau_i Y_i - T_{0i}; 0 < \tau_i < 1, T_{0i} \geq 0 \quad (4)$$

第*i*国の貨幣市場の均衡条件

$$M_i/p_i = L_i(Y_i, r_i); L_{Y_i}^i \equiv \partial L_i / \partial Y_i > 0, L_{r_i}^i \equiv \partial L_i / \partial r_i < 0 \quad (5)$$

第1国と第2国の実質経常収支(純輸出)関数

$$J_1 = J_1(Y_1, Y_2, Y_3, E); J_{Y_1}^1 \equiv \partial J_1 / \partial Y_1 < 0, J_{Y_2}^1 \equiv \partial J_1 / \partial Y_2 > 0, \\ J_{Y_3}^1 \equiv \partial J_1 / \partial Y_3 > 0, J_E^1 \equiv \partial J_1 / \partial E > 0 \quad (6)$$

$$J_2 = J_2(Y_1, Y_2, Y_3, E); J_{Y_1}^2 \equiv \partial J_2 / \partial Y_1 > 0, J_{Y_2}^2 \equiv \partial J_2 / \partial Y_2 < 0, \\ J_{Y_3}^2 \equiv \partial J_2 / \partial Y_3 > 0, J_E^2 \equiv \partial J_2 / \partial E > 0 \quad (7)$$

第1国と第2国の実質資本収支関数

$$Q_1 = \beta\{r_1 - r_2\} + \beta\{r_1 - r_3 - (E^e - E)/E\}$$

$$= \beta\{2r_1 - r_2 - r_3 - E^e/E + 1\}; \beta > 0 \quad (8)$$

$$Q_2 = \beta\{r_2 - r_1\} + \beta\{r_2 - r_3 - (E^e - E)/E\}$$

$$= \beta\{-r_1 + 2r_2 - r_3 - E^e/E + 1\} \quad (9)$$

第1国と第2国の実質総合収支の定義

$$A_1 = J_1 + Q_1 \quad (10)$$

$$A_2 = J_2 + Q_2 \quad (11)$$

3か国の経常収支（純輸出）の関係

$$p_1 J_1 + p_2 J_2 + E p_3 J_3 = 0 \quad (12)$$

3か国の資本収支の関係

$$p_1 Q_1 + p_2 Q_2 + E p_3 Q_3 = 0 \quad (13)$$

3か国の総合収支の関係

$$p_1 A_1 + p_2 A_2 + E p_3 A_3 = 0 \quad (14)$$

共通通貨圏の超国家的中央銀行と第3国の中央銀行の金融政策に関する仮定

$$M_1 + M_2 = \bar{M}_v = \text{一定} \quad (15)$$

$$M_3 = \bar{M}_3 = \text{一定} \quad (16)$$

共通通貨圏と第3国の間の変動相場制システムにおける為替レート E の決定メカニズム

$$A_3 = 0 \quad (17)$$

為替レートに関する期待形成メカニズム

$$\dot{E}^e = \gamma(E - E^e); \gamma > 0 \quad (18)$$

共通通貨圏内の第1国のマネーストック変動メカニズム

$$\dot{M}_1 = p_1 A_1 \quad (19)$$

固定価格の仮定

$$p_1 = p_2 = p_3 = 1 \quad (20)$$

ここで、記号の意味は以下のとおりである。 Y_i = 第 i 国の実質国民所得。 C_i = 第 i 国の実質民間消費支出。 I_i = 第 i 国の実質民間投資支出。 G_i = 第 i 国の実質政府支出 (定数)。 T_i = 第 i 国の実質所得税。 r_i = 第 i 国の債券の名目利子率。 p_i = 第 i 国の物価水準。 M_i = 第 i 国の名目貨幣供給。 L_i = 第 i 国の実質貨幣需要。 J_i = 第 i 国の実質経常収支 (純輸出)。 Q_i = 第 i 国の実質資本収支。 A_i = 第 i 国の実質総合収支。 E = (「第3国の通貨1単位 = 共通通貨圏の通貨 E 単位」として定義された) 為替レート。 E^e = 期待為替レート (近い将来の為替レートに関する期待値)。 α_i = 第 i 国の財市場の不均衡調整速度を表すパラメーター (α_i が大きければ大きいほど、財市場の調整速度が速い)。 β = 国際資本移動の流動性を表すパラメーター (β が大きければ大きいほど、国際資本移動の流動性が高い)⁴⁾。 γ = 為替レート期待の調整速度 (γ が大きければ大きいほど、為替レート期待の調整速度が速い)。

以下で、方程式(1)-(20)について、若干注釈しておこう。(1)式は、財市場における超過需要が正か負かに応じて生産量が変動する、Keynes (1936) や Kaldor (1940) によって採用されている財市場における「数量調整メカニズム」である。(2)式は、標準的なケインズの消費関数である。(3)式は、標準的なケインズの投資関数であるが、浅田 (2017)、Asada (2004)、Asada, Douskos, Kalantonis, and Markellos (2010)、Asada, Douskos, and Markellos (2011)、Asada, Inaba, and Misawa (2001)、Inaba and Asada (2017)、Kaldor (1940)、Maličky and Zimka (2010, 2012) とは異なり、投資支出は有効需要の形成にのみ寄与し、実物資本ストックの増加に寄与しないという、Keynes (1936) の意味での「短期」モデルが採用されている。この意味で、本稿のモデルは、浅田 (2016a) と共通点がある。(4)式は、標準的な租税関数である。(5)式は、貨幣市場の均衡条件を表す「LM 方程式」である。

(6)-(14)式は、各国の経常収支 (純輸出)、資本収支、総合収支をそれぞれ表している。特に、(8)式と(9)式は、国際資本移動の流動性を表すパラメーター β が有限の「不完全資本移動」のメカニズムを表している (注4)参照)。(15)式と(16)式は、共通通貨圏の超国家

4) $\beta \rightarrow \infty$ となる極限のケースでは、(8)式と(9)式はそれぞれ、 $2r_1 - r_2 = r_3 + (E^e - E)/E$ および $-r_1 + 2r_2 = r_3 + (E^e - E)/E$ となるが、これらの方程式を r_2 と r_3 について解けば、 $r_2 = r_1$ および $r_3 = r_1 - (E^e - E)/E$ となる。このケースこそが、「完全資本移動」のケースであるが、本稿においては、 β が有限の「不完全資本移動」のケースが考察の対象になっている。なお、このモデルにおける「国際資本移動」は、実物資本ストックの移動ではなく、貨幣資本 (具体的には債券) の移動を意味する。

の中央銀行と第3国の中央銀行がそれぞれ名目貨幣供給量を固定する金融政策を採用していることを表している。

(17)式は、共通通貨圏と第3国の間の為替レート E が、第3国の総合収支を均衡させる ($A_3=0$) ように内生的に決まることを表している。(17)式を(14)式に代入すれば、このとき

$$p_1A_1 + p_2A_2 = 0 \quad (21)$$

という条件も満たされること、すなわち、共通通貨圏の総合収支も均衡することがわかる。(18)式は、期待為替レート E^e が適応期待形成仮説に基づいて形成されることを意味している。(19)式は、共通通貨圏に組み込まれている第1国の名目総合収支 p_1A_1 は均衡するとは限らず、 $p_1A_1 > 0$ ならば貨幣が第1国に流入し、 $A_1 < 0$ ならば貨幣が第1国から流出することを示している。なお、(15)、(19)、(21)の各式より、

$$\dot{M}_2 = p_2A_2 = -p_1A_1 = -\dot{M}_1 \quad (22)$$

となることがわかる。(20)式は、各国の物価水準が固定されているという、単純化のための「固定価格」の仮定である。物価の変動についての分析は、本稿では行わないので、本稿のモデルでは、名目利子率と実質利子率を区別する必要があるだけでなく、いずれの経済変数の名目値と実質値をも区別する必要があることを、付言しておく。

ところで、(6)、(7)、(20)の各式を(12)式に代入して J_3 について解けば、以下のようになる。

$$\begin{aligned} J_3 &= -(1/E)\{J_1(Y_1, Y_2, Y_3, E) + J_2(Y_1, Y_2, Y_3, E)\} \equiv J_3(Y_1, Y_2, Y_3, E); \\ J_{Y_1}^3 &\equiv \partial J_3 / \partial Y_1 = -(1/E)(J_{Y_1}^1 + J_{Y_1}^2), \quad J_{Y_2}^3 \equiv \partial J_3 / \partial Y_2 = -(1/E)(J_{Y_2}^1 + J_{Y_2}^2), \\ J_{Y_3}^3 &\equiv \partial J_3 / \partial Y_3 = -(1/E)(J_{Y_3}^1 + J_{Y_3}^2) < 0, \\ J_E^3 &\equiv \partial J_3 / \partial E = -(1/E)(J_E^1 + J_E^2) + (1/E^2)(J_1 + J_2) \end{aligned} \quad (23)$$

また、(8)、(9)、(20)の各式を(13)式に代入して Q_3 について解けば、以下のようになる。

$$\begin{aligned} Q_3 &= -(1/E)(Q_1 + Q_2) = (1/E)[\beta\{r_3 + (E^e - E)/E - r_1\} + \beta\{r_3 + (E^e - E)/E - r_2\}] \\ &= (1/E)\beta\{-r_1 - r_2 + 2(r_3 + E^e/E - 1)\} \end{aligned} \quad (24)$$

ここで、以下の仮定を置くことにしよう。

[仮定1] $|J_{Y_1}^1| > J_{Y_1}^2$ および $|J_{Y_2}^2| > J_{Y_2}^1$

この仮定のもとでは、 $J_{Y_1}^3 > 0$ および $J_{Y_2}^3 > 0$ となる。すなわち、共通通貨圏内の一つの国の実質国民所得が増加すると、他の条件が同じである限り、必ず第3国の純輸出が増加するのである。

(1)-(20)式は、32個の内生変数 $Y_i, C_i, I_i, T_i, r_i, p_i, M_i, J_i, Q_i, A_i (i=1,2,3)$, および E, E^e の動きを決定する32個の独立した方程式システムを構成する。

3. 基本動学方程式の導出

前章では、本稿のモデルにとって必要な素材がすべて出そろっている。本章では、前章で提示された方程式システムを、よりコンパクトな5次元(5変数)の非線形微分方程式システムに還元する。

まず、(20)式を(5)式に代入して r_i について解けば、以下ようになる。

$$r_i = r_i(Y_i, M_i); r_{Y_i}^i \equiv \partial r_i / \partial Y_i = -(L_{Y_i}^i / L_{r_i}^i) > 0, r_{M_i}^i \equiv \partial r_i / \partial M_i = 1 / L_{r_i}^i < 0 \quad (25)$$

(6)~(9), (15), (16), (20), (25)の各式を(21)式に代入すれば、次式が得られる。

$$A_1 + A_2 = J_1(Y_1, Y_2, Y_3, E) + J_2(Y_1, Y_2, Y_3, E) + \beta \{r_1(Y_1, M_1) + r_2(Y_2, \bar{M}_U - M_1) - 2r_3(Y_3, \bar{M}_3) - 2E^e/E + 2\} = 0 \quad (26)$$

この式は、通貨同盟の通貨建ての第3国の為替レート E を内生的に決定する方程式とみなすことができる⁵⁾。この式を E について解けば、以下ようになる。

$$E = E(Y_1, Y_2, Y_3, E^e, M_1; \bar{M}_U, \bar{M}_3);$$

5) (26)式によって為替レート E が決まる経済学的根拠については、以下のようにして説明することができる。「超短期」においては為替レートのみが変数であると仮定し、「超短期」における変動相場制の為替レート調整メカニズムを、以下のように想定しよう。

$$\dot{E} = \Phi(A_1 + A_2); \Phi(0) = 0, \Phi'(A_1 + A_2) < 0$$

このとき、

$$d\dot{E}/dE = \Phi'(A_1 + A_2) \cdot \{ \partial(A_1 + A_2) / \partial E \} = \Phi'(A_1 + A_2) \cdot (J_{E^e}^1 + J_{E^e}^2 + 2\beta E^e / E^2) < 0$$

であるので、この「超短期」の為替レート調整過程は「安定」となり、(26)式が成立する状態に収束する。この「超短期」における為替レートの調整速度が十分に速ければ、常に(26)式を満たすように為替レートが決まると想定することができるのである。

$$\begin{aligned}
E_{Y_1} &\equiv \partial E / \partial Y_1 = -\{(\underbrace{J_{Y_1}^1 + J_{Y_1}^2}_{(-)} + \beta r_{Y_1}^1)\} / \{J_E^1 + J_E^2 + 2\beta(E^e/E^2)\}, \\
E_{Y_2} &\equiv \partial E / \partial Y_2 = -\{(\underbrace{J_{Y_2}^1 + J_{Y_2}^2}_{(-)} + \beta r_{Y_2}^2)\} / \{J_E^1 + J_E^2 + 2\beta(E^e/E^2)\}, \\
E_{Y_3} &\equiv \partial E / \partial Y_3 = \{-(\underbrace{J_{Y_3}^1 + J_{Y_3}^2}_{(+)} + 2\beta r_{Y_3}^3)\} / \{J_E^1 + J_E^2 + 2\beta(E^e/E^2)\}, \\
E_{E^e} &\equiv \partial E / \partial E^e = (2\beta/E) / \{J_E^1 + J_E^2 + 2\beta(E^e/E^2)\} > 0, \\
E_{M_1} &\equiv \partial E / \partial M_1 = \beta(-\underbrace{r_{M_1}^1}_{(-)} + \underbrace{r_{M_1}^2}_{(-)}) / \{J_E^1 + J_E^2 + 2\beta(E^e/E^2)\}, \\
E_{\bar{M}_U} &\equiv \partial E / \partial \bar{M}_U = -\beta r_{\bar{M}_U}^2 / \{J_E^1 + J_E^2 + 2\beta(E^e/E^2)\} > 0, \\
E_{\bar{M}_3} &\equiv \partial E / \partial \bar{M}_3 = \beta r_{\bar{M}_3}^3 / \{J_E^1 + J_E^2 + 2\beta(E^e/E^2)\} < 0
\end{aligned} \tag{27}$$

もし国際資本移動の流動性が十分に高いことを反映してパラメーター β が十分に大きいならば、 $E_{Y_1} < 0$ 、 $E_{Y_2} < 0$ 、 $E_{Y_3} > 0$ となる⁶⁾。本稿では、以下の仮定のもとで分析を行うことにする。

[仮定2] パラメーター β が十分に大きいので、 $E_{Y_1} < 0$ 、 $E_{Y_2} < 0$ 、 $E_{Y_3} > 0$ となる。

以上の準備のもとで、前章の方程式システム(1)-(20)を以下のような5次元の非線形微分方程式システムに集約することができる。この方程式システムを本稿のモデルにおける基本動学方程式とみなすことができる。

$$\begin{aligned}
\dot{Y}_1 &= \alpha_1 [c_1(1-\tau_1)Y_1 + c_1T_{01} + I_1(r_1(Y_1, M_1)) + G_1 + J_1(Y_1, Y_2, Y_3, E(Y_1, Y_2, Y_3, E^e, M_1; \bar{M}_U, \\
&\quad \bar{M}_3)) - Y_1] \equiv F_1(Y_1, Y_2, Y_3, E^e, M_1)
\end{aligned} \tag{28a}$$

$$\begin{aligned}
\dot{Y}_2 &= \alpha_2 [c_2(1-\tau_2)Y_2 + c_2T_{02} + I_2(r_2(Y_2, \bar{M}_U - M_1)) + G_2 + J_2(Y_1, Y_2, Y_3, E(Y_1, Y_2, Y_3, E^e, \\
&\quad M_1; \bar{M}_U, \bar{M}_3)) - Y_2] \equiv F_2(Y_1, Y_2, Y_3, E^e, M_1)
\end{aligned} \tag{28b}$$

$$\dot{Y}_3 = \alpha_3 [c_3(1-\tau_3)Y_3 + c_3T_{03} + I_3(r_3(Y_3, \bar{M}_3)) + G_3 - (1/E)\{J_1(Y_1, Y_2, Y_3, E(Y_1, Y_2, Y_3, E^e,$$

6) ある国または地域の実質所得が増加すると、輸入の増加を通じてその国または地域の純輸出が減る。このことは、その国または地域の通貨の減価要因である。他方、その国または地域の実質所得が増加すると、利率の上昇により、その国または地域への資本流入が促進される。このことは、その国または地域の通貨の増価要因である。資本移動の流動性が高ければ、後者の要因が前者の要因に勝ることになるのである。

$$M_1; \bar{M}_U, \bar{M}_3) + J_2(Y_1, Y_2, Y_3, E(Y_1, Y_2, Y_3, E^e, M_1; \bar{M}_U, \bar{M}_3)) - Y_3] \\ \equiv F_3(Y_1, Y_2, Y_3, E^e, M_1) \quad (28c)$$

$$\dot{E}^e = \gamma \{E(Y_1, Y_2, Y_3, E^e, M_1; \bar{M}_U, \bar{M}_3) - E^e\} \equiv F_4(Y_1, Y_2, Y_3, E^e, M_1) \quad (28d)$$

$$\dot{M}_1 = J_1(Y_1, Y_2, Y_3, E(Y_1, Y_2, Y_3, E^e, M_1; \bar{M}_U, \bar{M}_3)) + \beta \{2r_1(Y_1, M_1) - r_2(Y_2, \bar{M}_U - M_1) \\ - r_3(Y_3, \bar{M}_3) - E^e/E(Y_1, Y_2, Y_3, E^e, M_1; \bar{M}_U, \bar{M}_3) + 1\} \equiv F_5(Y_1, Y_2, Y_3, E^e, M_1) \quad (28e)$$

4. 均衡解の性質について

本章では、 $\dot{Y}_1 = \dot{Y}_2 = \dot{Y}_3 = \dot{E}^e = \dot{M}_1 = 0$ を満たす(28)式の均衡解の性質について検討する。(28)式の均衡解($Y_1^*, Y_2^*, Y_3^*, E^{e*}, M_1^*$)は、以下の連立方程式の解として定義される。

$$c_1(1 - \tau_1)Y_1 + c_1T_{01} + I_1(r_1(Y_1, M_1)) + G_1 + J_1(Y_1, Y_2, Y_3, E) - Y_1 = 0 \quad (29a)$$

$$c_2(1 - \tau_2)Y_2 + c_2T_{02} + I_2(r_2(Y_2, \bar{M}_U - M_1)) + G_2 + J_2(Y_1, Y_2, Y_3, E) - Y_2 = 0 \quad (29b)$$

$$c_3(1 - \tau_3)Y_3 + c_3T_{03} + I_3(r_3(Y_3, \bar{M}_3)) + G_3 - (1/E)\{J_1(Y_1, Y_2, Y_3, E) \\ + J_2(Y_1, Y_2, Y_3, E)\} - Y_3 = 0 \quad (29c)$$

$$A_1 = J_1(Y_1, Y_2, Y_3, E) + \beta \{2r_1(Y_1, M_1) - r_2(Y_2, \bar{M}_U - M_1) - r_3(Y_3, \bar{M}_3)\} = 0 \quad (29d)$$

$$A_2 = J_2(Y_1, Y_2, Y_3, E) + \beta \{-r_1(Y_1, M_1) + 2r_2(Y_2, \bar{M}_U - M_1) - r_3(Y_3, \bar{M}_3)\} = 0 \quad (29e)$$

$$E^e = E \quad (29f)$$

この連立方程式を、以下のようなよりコンパクトなシステムに変換することができる。今便宜的に Y_1, Y_2, Y_3 を定数とみなせば、(29d)式と(29e)式は、 E と M_1 を未知数とする連立方程式とみなすことができる。これらの式を E と M_1 に関して全微分して整理すれば、以下の関係を得る。

$$(dE/dM_1)|_{A_1=0} = -\beta \frac{(2r_{M_1}^1 + r_{M_2}^2)}{J_E^1} > 0 \quad (30)$$

$$(dE/dM_1)|_{A_2=0} = \beta \frac{(r_{M_1}^1 + 2r_{M_2}^2)}{J_E^2} < 0 \quad (31)$$

したがって、もし Y_1, Y_2, Y_3 を定数とみなせば、(29d)式と(29e)式を満たす (E, M_1) は、一

意的に決まる。すなわち、

$$E = E(Y_1, Y_2, Y_3), \quad M_1 = M_1(Y_1, Y_2, Y_3) \quad (32)$$

と書くことができる。(32)式を(29a)-(29c)式に代入すれば、 Y_1, Y_2, Y_3 を未知数とする3本の独立した方程式が得られる。この方程式を解くことによって、均衡解(Y_1^*, Y_2^*, Y_3^*)を得ることができる。それらを(32)式に代入すれば、均衡解(E^*, M_1^*)が得られる。

もちろん、一般的には、経済的に有意味な均衡解は複数存在するかもしれないし、ある状況下では存在しないかもしれない。しかし、以下では、経済的に有意味な均衡解 $Y_1^* > 0, Y_2^* > 0, Y_3^* > 0, E^* > 0, 0 < M_1^* < \bar{M}_U$ が一意的に存在することを仮定して、均衡点の小域的な安定性に関する動学分析と財政金融政策に関する比較静学分析を行う。なお、パラメーター $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \gamma$ は方程式(29)に入り込んでいないが、このことは、これらのパラメーターの値から独立に各内生変数の均衡解が決まることを意味することに、留意すべきである。

5. 均衡点の小域的安定性について

本章では、経済的に有意味な(28)式の均衡点($Y_1^*, Y_2^*, Y_3^*, E^*, M_1^*$)が一意的に存在することを仮定して、その均衡点の小域的安定性について考察する。(28)式の均衡点で評価されたヤコビ行列 J を、以下のように表現することができる。

$$J = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} & F_{14} & F_{15} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} & F_{24} & F_{25} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} & F_{34} & F_{35} \\ F_{41} & F_{42} & F_{43} & F_{44} & F_{45} \\ F_{51} & F_{52} & F_{53} & F_{54} & F_{55} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 G_{11} & \alpha_1 G_{12} & \alpha_1 G_{13} & \alpha_1 G_{14} & \alpha_1 G_{15} \\ \alpha_2 G_{21} & \alpha_2 G_{22} & \alpha_2 G_{23} & \alpha_2 G_{24} & \alpha_2 G_{25} \\ \alpha_3 G_{31} & \alpha_3 G_{32} & \alpha_3 G_{33} & \alpha_3 G_{34} & \alpha_3 G_{35} \\ \gamma G_{41} & \gamma G_{42} & \gamma G_{43} & \gamma G_{44} & \gamma G_{45} \\ F_{51} & F_{52} & F_{53} & F_{54} & F_{55} \end{bmatrix} \quad (33)$$

ただし、以下の関係が成立する。

$$\begin{aligned} G_{11} &= -\underbrace{\{1 - c_1(1 - \tau_1)\}}_{(+)} + \underbrace{I_{r_1}^1 r_{Y_1}^1}_{(-)(+)} + \underbrace{J_{Y_1}^1}_{(-)} + \underbrace{J_E^1 E_{Y_1}}_{(+)(-)} < 0, \quad G_{12} = \underbrace{J_{Y_2}^1}_{(+)} + \underbrace{J_E^1 E_{Y_2}}_{(+)(-)}, \quad G_{13} = \underbrace{J_{Y_3}^1}_{(+)} + \underbrace{J_E^1 E_{Y_3}}_{(+)(+)} > 0, \\ G_{14} &= \underbrace{J_E^1 E_{E^e}}_{(+)(+)} > 0, \quad G_{15} = \underbrace{I_{r_1}^1 r_{M_1}^1}_{(-)(-)} + \underbrace{J_E^1 E_{M_1}}_{(+)(?)}, \quad G_{21} = \underbrace{J_{Y_1}^2}_{(+)} + \underbrace{J_E^2 E_{Y_1}}_{(+)(-)}, \\ G_{22} &= -\underbrace{\{1 - c_2(1 - \tau_2)\}}_{(+)} + \underbrace{I_{r_2}^2 r_{Y_2}^2}_{(-)(+)} + \underbrace{J_{Y_2}^2}_{(-)} + \underbrace{J_E^2 E_{Y_2}}_{(+)(-)} < 0, \quad G_{23} = \underbrace{J_{Y_3}^2}_{(+)} + \underbrace{J_E^2 E_{Y_3}}_{(+)(+)} > 0, \quad G_{24} = \underbrace{J_E^2 E_{E^e}}_{(+)(+)} > 0, \\ G_{25} &= -\underbrace{I_{r_2}^2 r_{M_2}^2}_{(-)(-)} + \underbrace{J_E^2 E_{M_1}}_{(+)(?)}, \quad G_{31} = (1/E) \left[-\underbrace{(J_{Y_1}^1 + J_{Y_1}^2)}_{(-)} + \left\{ -\underbrace{(J_E^1 + J_E^2)}_{(+)(+)} + (1/E) \underbrace{(J_1 + J_2)}_{(?) \right\} E_{Y_1} \right], \\ G_{32} &= (1/E) \left[-\underbrace{(J_{Y_2}^1 + J_{Y_2}^2)}_{(-)} + \left\{ -\underbrace{(J_E^1 + J_E^2)}_{(+)(+)} + (1/E) \underbrace{(J_1 + J_2)}_{(?) \right\} E_{Y_2} \right], \\ G_{33} &= -\underbrace{\{1 - c_3(1 - \tau_3)\}}_{(+)} + \underbrace{I_{r_3}^3 r_{Y_3}^3}_{(-)(+)} + (1/E) \left[-\underbrace{(J_{Y_3}^1 + J_{Y_3}^2)}_{(+)(+)} + \left\{ -\underbrace{(J_E^1 + J_E^2)}_{(+)(+)} + (1/E) \underbrace{(J_1 + J_2)}_{(?) \right\} E_{Y_3} \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G_{34} &= (1/E) \left\{ - \underbrace{(J_E^1 + J_E^2)}_{(+)} + (1/E) \underbrace{(J_1 + J_2)}_{(+)} \right\} E_{E^e}, G_{35} = - (1/E) \underbrace{(J_E^1 + J_E^2)}_{(+)} E_{M_1}, G_{41} = E_{Y_1} < 0, \\
G_{42} &= E_{Y_2} < 0, G_{43} = E_{Y_3} > 0, G_{44} = E_{E^e} - 1 = \frac{\beta(2/E)}{J_E^1 + J_E^2 + \beta(2/E)} - 1 < 0, G_{45} = E_{M_1}, \\
F_{51} &= J_{Y_1}^1 + J_E^1 E_{Y_1} + \beta \{ 2r_{Y_1}^1 + (1/E) E_{Y_1} \}, F_{52} = J_{Y_2}^1 + J_E^1 E_{Y_2} + \beta \{ -r_{Y_2}^2 + (1/E) E_{Y_2} \}, \\
F_{53} &= J_{Y_3}^1 + J_E^1 E_{Y_3} + \beta \{ -r_{Y_3}^3 + (1/E) E_{Y_3} \}, F_{54} = J_E^1 E_{E^e} + \beta (1/E) \underbrace{(E_{E^e} - 1)}_{(-)}, \\
F_{55} &= J_E^1 E_{M_1} + \beta \{ 2r_{M_1}^1 + r_{M_2}^2 + (1/E) E_{M_1} \}
\end{aligned}$$

ここで、以下の仮定を置くことにする。

$$\begin{aligned}
[\text{仮定 3}] \quad G_{12} \cong 0, G_{15} > 0, G_{21} \cong 0, G_{25} < 0, G_{31} > 0, G_{32} > 0, G_{33} < 0, G_{34} < 0, G_{35} \cong 0, \\
G_{45} \cong 0, F_{51} < 0, F_{52} < 0, F_{53} > 0, F_{54} \cong 0, F_{55} < 0
\end{aligned}$$

仮定3の経済学的意味は、以下のとおりである。

(1) 仮定 $G_{12} \cong 0, G_{21} \cong 0$ について。

Y_2 が増加すれば、第1国から第2国への輸出が増えるので、そのことを通じて第1国の所得が増加する。これが、 Y_2 の増加が Y_1 に及ぼす直接効果である。他方、 Y_2 が増加すれば、 r_2 が r_3 に比して上昇するので、第3国から第2国への資本移動が発生するし、国際資本移動の流動性(β)が高ければこの効果が大きいので、第1国と第2国から成る通貨同盟の為替レートが増価する。このことは、第1国から第3国への輸出が減ることを通じて第1国の所得を減らす効果を持っている。これが、 Y_2 の増加が Y_1 に及ぼす間接効果である。仮定 $G_{12} \cong 0$ は、前述の直接効果と間接効果がつりあってほぼ相殺されることを意味する。仮定 $G_{21} \cong 0$ についても、同様に解釈できる。

(2) 仮定 $G_{15} > 0, G_{25} < 0, G_{35} \cong 0, G_{45} \cong 0, F_{55} < 0$ について。

均衡において第1国と第2国の利子率のマネーサプライに関する反応度が近似的に等しい(すなわち、 $r_{M_1}^1 \cong r_{M_2}^2$)ならば、 $E_{M_1} \cong 0$ となる。このとき、 $G_{15} > 0, G_{25} < 0, G_{35} \cong 0, G_{45} \cong 0, G_{55} < 0$ となる。

(3) 仮定 $G_{31} > 0, G_{32} > 0, G_{33} < 0, G_{34} < 0$ について。

均衡において $J_1 + J_2 = -J_3 \leq 0$ ならば、不等式 $G_{31} > 0, G_{32} > 0, G_{33} < 0, G_{34} < 0$ が成立する。たとえ均衡において $J_1 + J_2 = -J_3 > 0$ であったとしても、その値があまり大きくなければ、やはりこれらの不等式が成立する。

(4) 仮定 $F_{51} < 0$, $F_{53} > 0$ について。

Y_1 の増加は、 r_1 の上昇を誘発するが、これは、第1国の資本収支を増加させ、第1国にマネーが流入する要因である。他方、 Y_1 の増加による r_1 の上昇は現在の第3国の為替レート E を減価させることによって第3国の為替レートの期待変化率 $(E^e - E)/E$ の増加を誘発するが、これは第1国の資本収支を減少させ、第1国からマネーが流出する要因である。後者の影響の方が前者の影響よりも大きければ、 $F_{51} < 0$ となる。 $F_{53} > 0$ についても、同様の方法で解釈できる。

(5) 仮定 $F_{52} < 0$ について。

国際資本移動が活発であることを反映して国際資本移動の流動性を表すパラメーター β が十分に大きければ、不等式 $F_{52} < 0$ が成立する。

(6) 仮定 $F_{54} \cong 0$ について。

(27) 式における E_{E^e} の表現より $F_{54} = J_E^1 E^e + \beta(1/E)(E_{E^e} - 1) = \frac{\beta(1/E)(J_E^1 - J_E^2)}{J_E^1 + J_E^2 + \beta(2/E)}$ となるから、均衡において $J_E^1 \cong J_E^2$ ならば、 $F_{54} \cong 0$ となる。

動学システム(28)の均衡点で評価したヤコービ行列(33)の特性方程式は、以下のようになる。

$$f(\lambda) \equiv \lambda^5 + b_1 \lambda^4 + b_2 \lambda^3 + b_3 \lambda^2 + b_4 \lambda + b_5 = 0 \quad (34)$$

ここで、もし均衡において

$$G_{12} = G_{21} = G_{35} = G_{45} = F_{54} = 0 \quad (35)$$

である場合について考えれば、(34)式の係数 $b_1 \sim b_5$ を以下のように書くことができる。

$$b_1 = -\text{trace} J = -\alpha_1 G_{11} - \alpha_2 G_{22} - \alpha_3 G_{33} - \gamma G_{44} - F_{55} \equiv b_1(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \gamma) > 0 \quad (36)$$

$b_2 = J$ の2次首座小行列式の和

$$\begin{aligned} &= \alpha_1 \alpha_2 \begin{vmatrix} G_{11} & 0 \\ 0 & G_{22} \end{vmatrix} + \alpha_1 \alpha_3 \begin{vmatrix} G_{11} & G_{13} \\ G_{31} & G_{33} \end{vmatrix} + \alpha_1 \gamma \begin{vmatrix} G_{11} & G_{14} \\ G_{41} & G_{44} \end{vmatrix} + \alpha_1 \begin{vmatrix} G_{11} & G_{15} \\ G_{51} & G_{55} \end{vmatrix} + \alpha_2 \alpha_3 \begin{vmatrix} G_{22} & G_{23} \\ G_{32} & G_{33} \end{vmatrix} \\ &+ \alpha_2 \gamma \begin{vmatrix} 0 & G_{24} \\ G_{42} & G_{44} \end{vmatrix} + \alpha_2 \begin{vmatrix} G_{22} & G_{25} \\ F_{52} & F_{55} \end{vmatrix} + \alpha_3 \gamma \begin{vmatrix} G_{33} & G_{34} \\ G_{43} & G_{44} \end{vmatrix} + \alpha_3 \begin{vmatrix} G_{33} & 0 \\ F_{53} & F_{55} \end{vmatrix} + \gamma \begin{vmatrix} G_{44} & 0 \\ 0 & F_{55} \end{vmatrix} \\ &\equiv b_2(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \gamma) \end{aligned} \quad (37)$$

$b_3 = -(J \text{ の } 3 \text{ 次小行列式の和})$

$$\begin{aligned}
 &= -\alpha_1\alpha_2\alpha_3 \begin{vmatrix} G_{11} & 0 & G_{13} \\ 0 & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{vmatrix} - \alpha_1\alpha_2\gamma \begin{vmatrix} G_{11} & 0 & G_{14} \\ 0 & G_{22} & G_{24} \\ G_{41} & G_{42} & G_{44} \end{vmatrix} - \alpha_1\alpha_2 \begin{vmatrix} G_{11} & 0 & G_{15} \\ 0 & G_{22} & G_{25} \\ F_{51} & F_{52} & F_{55} \end{vmatrix} \\
 &\quad - \alpha_1\alpha_3\gamma \begin{vmatrix} G_{11} & G_{13} & G_{14} \\ G_{31} & G_{33} & G_{34} \\ G_{41} & G_{43} & G_{44} \end{vmatrix} - \alpha_1\alpha_3 \begin{vmatrix} G_{11} & G_{13} & G_{15} \\ G_{31} & G_{33} & 0 \\ F_{51} & F_{53} & F_{55} \end{vmatrix} - \alpha_1\gamma \begin{vmatrix} G_{11} & G_{14} & G_{15} \\ G_{41} & G_{44} & 0 \\ F_{51} & 0 & F_{55} \end{vmatrix} \\
 &\quad - \alpha_2\alpha_3\gamma \begin{vmatrix} G_{22} & G_{23} & G_{34} \\ G_{32} & G_{33} & G_{34} \\ G_{42} & G_{43} & G_{44} \end{vmatrix} - \alpha_2\alpha_3 \begin{vmatrix} G_{22} & G_{23} & G_{25} \\ G_{32} & G_{33} & 0 \\ F_{52} & F_{53} & F_{55} \end{vmatrix} - \alpha_2\gamma \begin{vmatrix} G_{22} & G_{24} & G_{25} \\ G_{42} & G_{44} & 0 \\ F_{52} & 0 & F_{55} \end{vmatrix} \\
 &\quad - \alpha_3\gamma \begin{vmatrix} G_{33} & G_{34} & 0 \\ G_{43} & G_{44} & 0 \\ F_{53} & 0 & F_{55} \end{vmatrix} \equiv b_3(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \gamma) \tag{38}
 \end{aligned}$$

$b_4 = J \text{ の } 4 \text{ 次小行列式の和}$

$$\begin{aligned}
 &= \alpha_1\alpha_2\alpha_3\gamma \begin{vmatrix} G_{11} & 0 & G_{13} & G_{14} \\ 0 & G_{22} & G_{23} & G_{24} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} & G_{34} \\ G_{41} & G_{42} & G_{43} & G_{44} \end{vmatrix} + \alpha_1\alpha_2\alpha_3 \begin{vmatrix} G_{11} & 0 & G_{13} & G_{15} \\ 0 & G_{22} & G_{23} & G_{25} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} & 0 \\ F_{51} & F_{52} & F_{53} & F_{55} \end{vmatrix} \\
 &\quad + \alpha_1\alpha_2\gamma \begin{vmatrix} G_{11} & 0 & G_{14} & G_{15} \\ 0 & G_{22} & G_{24} & G_{25} \\ G_{41} & G_{42} & G_{44} & 0 \\ F_{51} & F_{52} & 0 & F_{55} \end{vmatrix} + \alpha_1\alpha_3\gamma \begin{vmatrix} G_{11} & G_{13} & G_{14} & G_{15} \\ G_{31} & G_{33} & G_{34} & 0 \\ G_{41} & G_{43} & G_{44} & 0 \\ F_{51} & F_{53} & 0 & F_{55} \end{vmatrix} \\
 &\quad + \alpha_2\alpha_3\gamma \begin{vmatrix} G_{22} & G_{23} & G_{24} & G_{25} \\ G_{32} & G_{33} & G_{34} & 0 \\ G_{42} & G_{43} & G_{44} & 0 \\ F_{52} & F_{53} & 0 & F_{55} \end{vmatrix} \equiv b_4(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \gamma) \tag{39}
 \end{aligned}$$

$$b_5 = -\det J = -\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \gamma \begin{vmatrix} G_{11} & 0 & G_{13} & G_{14} & G_{15} \\ 0 & G_{22} & G_{23} & G_{24} & G_{25} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} & G_{34} & 0 \\ G_{41} & G_{42} & G_{43} & G_{44} & 0 \\ F_{51} & F_{52} & F_{53} & 0 & F_{55} \end{vmatrix} \equiv b_5(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \gamma) \quad (40)$$

ここで、以下の諸関係が成立する。

$$A \equiv \begin{vmatrix} G_{22} & G_{23} & G_{24} & G_{25} \\ G_{32} & G_{33} & G_{34} & 0 \\ G_{42} & G_{43} & G_{44} & 0 \\ F_{52} & F_{53} & 0 & F_{55} \end{vmatrix} = -G_{25}^{(-)} \begin{vmatrix} G_{32} & G_{33} & G_{34} \\ G_{42} & G_{43} & G_{44} \\ F_{52} & F_{53} & 0 \end{vmatrix} + F_{55}^{(-)} \begin{vmatrix} G_{22} & G_{23} & G_{24} \\ G_{32} & G_{33} & G_{34} \\ G_{42} & G_{43} & G_{44} \end{vmatrix} \\ = -G_{25}^{(-)} \underbrace{(G_{33}G_{44}F_{52} + G_{34}F_{53}G_{42} - G_{34}G_{43}F_{52} - G_{32}F_{53}G_{44})}_{(-)(-)(-)(-)(-)(+)(-)(-)(+)(+)(-)} + F_{55}^{(-)} \underbrace{(G_{22}G_{33}G_{44})}_{(-)(-)(-)(-)} \\ + \underbrace{G_{23}G_{34}G_{43} + G_{24}G_{43}G_{32} - G_{24}G_{33}G_{42} - G_{23}G_{32}G_{44} - G_{22}G_{43}G_{34}}_{(+)(-)(+)(+)(+)(+)(-)(-)(+)(+)(-)(-)(+)(-)} \quad (41)$$

$$B \equiv \begin{vmatrix} G_{11} & 0 & G_{13} & G_{14} & G_{15} \\ 0 & G_{22} & G_{23} & G_{24} & G_{25} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} & G_{34} & 0 \\ G_{41} & G_{42} & G_{43} & G_{44} & 0 \\ F_{51} & F_{52} & F_{53} & 0 & F_{55} \end{vmatrix} \\ = G_{15}^{(+)} \begin{vmatrix} 0 & G_{22} & G_{23} & G_{24} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} & G_{34} \\ G_{41} & G_{42} & G_{43} & G_{44} \\ F_{51} & F_{52} & F_{53} & 0 \end{vmatrix} - G_{25}^{(-)} \begin{vmatrix} G_{11} & 0 & G_{13} & G_{14} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} & G_{34} \\ G_{41} & G_{42} & G_{43} & G_{44} \\ F_{51} & F_{52} & F_{53} & 0 \end{vmatrix} + F_{55}^{(-)} \begin{vmatrix} G_{11} & 0 & G_{13} & G_{14} \\ 0 & G_{22} & G_{23} & G_{24} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} & G_{34} \\ G_{41} & G_{42} & G_{43} & G_{44} \end{vmatrix} \\ = G_{15}^{(+)} \left(-G_{22}^{(-)} \begin{vmatrix} G_{31} & G_{33} & G_{34} \\ G_{41} & G_{43} & G_{44} \\ F_{51} & F_{53} & 0 \end{vmatrix} + G_{23}^{(+)} \begin{vmatrix} G_{31} & G_{32} & G_{34} \\ G_{41} & G_{42} & G_{44} \\ F_{51} & F_{52} & 0 \end{vmatrix} - G_{24}^{(+)} \begin{vmatrix} G_{31} & G_{32} & G_{33} \\ G_{41} & G_{42} & G_{43} \\ F_{51} & F_{52} & F_{53} \end{vmatrix} \right) \\ - G_{25}^{(-)} \left(G_{11}^{(-)} \begin{vmatrix} G_{32} & G_{33} & G_{34} \\ G_{42} & G_{43} & G_{44} \\ F_{52} & F_{53} & 0 \end{vmatrix} + G_{13}^{(+)} \begin{vmatrix} G_{31} & G_{32} & G_{34} \\ G_{41} & G_{42} & G_{44} \\ F_{51} & F_{52} & 0 \end{vmatrix} - G_{14}^{(+)} \begin{vmatrix} G_{31} & G_{32} & G_{33} \\ G_{41} & G_{42} & G_{43} \\ F_{51} & F_{52} & F_{53} \end{vmatrix} \right) \\ + F_{55}^{(-)} \left(G_{11}^{(-)} \begin{vmatrix} G_{22} & G_{23} & G_{24} \\ G_{32} & G_{33} & G_{34} \\ G_{42} & G_{43} & G_{44} \end{vmatrix} + G_{13}^{(+)} \begin{vmatrix} 0 & G_{22} & G_{24} \\ G_{31} & G_{32} & G_{34} \\ G_{41} & G_{42} & G_{44} \end{vmatrix} - G_{14}^{(+)} \begin{vmatrix} 0 & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \\ G_{41} & G_{42} & G_{43} \end{vmatrix} \right) \\ = G_{15}^{(+)} \left\{ -G_{22}^{(-)} \underbrace{(G_{33}G_{44}F_{51} + G_{34}F_{53}G_{41} - G_{34}G_{43}F_{51} - G_{31}F_{53}G_{44})}_{(-)(-)(-)(-)(-)(-)(+)(-)(-)(-)(+)(-)} + G_{23}^{(+)} \underbrace{(G_{32}G_{44}F_{51})}_{(+)(+)(-)(-)} \right\}$$

$$\begin{aligned}
& +G_{34}F_{52}G_{41} - G_{34}G_{42}F_{51} - G_{31}F_{52}G_{44} - G_{24}(G_{31}G_{42}F_{53} + G_{32}G_{43}F_{51}) \\
& + G_{33}F_{52}G_{41} - G_{33}G_{42}F_{51} - G_{32}G_{41}F_{53} - G_{31}F_{52}G_{43} - G_{25}\{G_{11}(G_{33}G_{44}F_{52}) \\
& + G_{34}F_{53}G_{42} - G_{34}G_{43}F_{52} - G_{32}F_{52}G_{44}\} + G_{13}(G_{32}G_{44}F_{51} + G_{34}F_{52}G_{41}) \\
& - G_{34}G_{42}F_{51} - G_{31}F_{52}G_{44} - G_{14}(G_{31}G_{42}F_{53} + G_{32}G_{43}F_{51} + G_{33}F_{52}G_{41}) \\
& - G_{33}G_{42}F_{51} - G_{32}G_{41}F_{53} - G_{31}F_{52}G_{43}\} + F_{55}\{G_{11}(G_{22}G_{33}G_{44} + G_{23}G_{34}G_{42}) \\
& + G_{24}G_{43}G_{32} - G_{24}G_{33}G_{42} - G_{23}G_{32}G_{44} - G_{22}G_{43}G_{34}\} + G_{15}(G_{22}G_{34}G_{41}) \\
& + G_{24}G_{42}G_{31} - G_{24}G_{32}G_{41} - G_{22}G_{31}G_{44} - G_{14}(G_{22}G_{33}G_{41} + G_{23}G_{42}G_{31}) \\
& - G_{23}G_{32}G_{41} - G_{22}G_{31}G_{43}\} \tag{42}
\end{aligned}$$

ここで、以下の仮定を設けることにする。

[仮定4] $A > 0, B < 0$

これらの不等式は、 $|G_{ii}|$ ($i=1,2,3$) が十分に大きければ満たされるであろう⁷⁾。もし各国の投資支出の利子率への反応度、利子率の国民所得への反応度、限界輸入性向、純輸出の為替レートへの反応度が十分に大きければ、これらの条件は満たされるであろう。なお、不等式 $B < 0$ は、動学システム(28)の均衡点が小域的に安定になるための必要条件である(ただし十分条件ではない)ことが後に判明するであろう(注9参照)。

ところで、この5次元の動学システムの特微方程式(34)のすべての根の実数部分が負になるための必要十分条件は、「ラウス=フルヴィッツの定理」(Routh-Hurwitz theorem)により、以下のようになる(Gandolfo 2009, Chap. 16参照)⁸⁾。

7) (41)式と(42)式はいずれもプラスの項目とマイナスの項目が入り混じった総和として A と B を表現している。ところで、 G_{11}, G_{22}, G_{33} を2回以上かけ合わせた項目は、(41)式では $F_{35}G_{22}G_{33}G_{44} > 0$ のみであり、(42)式では、 $-G_{15}G_{22}G_{33}G_{44}F_{51} < 0, -G_{25}G_{11}G_{33}G_{44}F_{52} > 0, F_{55}G_{11}G_{22}G_{33}G_{44} < 0$ および $-F_{55}G_{14}G_{22}G_{33}G_{41} < 0$ のみである。したがって、 $|G_{ii}|$ ($i=1,2,3$) が十分に大きければ、 $A > 0$ および(部分的に相殺されるが、全体としては) $B < 0$ になるであろう。

8) 経済主体が都合よく諸変数の初期値を選べることを想定する Galí (2015), Woodford (2003) に代表される「ニューケインジアン動学モデル」に特有の「ジャンプ変数アプローチ」とは異なり、諸変数の初期値が歴史的に所与であると想定されている本稿のモデルにおいては、均衡点の近傍か

$$\Delta_1 = b_1 > 0 \quad (43a)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} b_1 & b_3 \\ 1 & b_2 \end{vmatrix} = b_1 b_2 - b_3 > 0 \quad (43b)$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} b_1 & b_3 & b_5 \\ 1 & b_2 & b_4 \\ 0 & b_1 & b_3 \end{vmatrix} = b_3 \Delta_2 + b_1 (b_5 - b_1 b_4) = b_1 b_2 b_3 - b_3^2 - b_1^2 + b_1 b_5 > 0 \quad (43c)$$

$$\begin{aligned} \Delta_4 &= \begin{vmatrix} b_1 & b_3 & b_5 & 0 \\ 1 & b_2 & b_4 & 0 \\ 0 & b_1 & b_3 & b_5 \\ 0 & 1 & b_2 & b_4 \end{vmatrix} = b_4 \Delta_3 - b_5 \begin{vmatrix} b_1 & b_3 & b_5 \\ 1 & b_2 & b_4 \\ 0 & 1 & b_2 \end{vmatrix} = b_4 \Delta_3 + b_5 (-b_1 b_2^2 - b_5 + b_2 b_3 + b_1 b_4) \\ &= b_4 \Delta_3 + b_5 (b_1 b_4 - b_5 - b_2 \Delta_2) > 0 \end{aligned} \quad (43d)$$

$$\Delta_5 = \begin{vmatrix} b_1 & b_3 & b_5 & 0 & 0 \\ 1 & b_2 & b_4 & 0 & 0 \\ 0 & b_1 & b_3 & b_5 & 0 \\ 0 & 1 & b_2 & b_4 & 0 \\ 0 & 0 & b_1 & b_3 & b_5 \end{vmatrix} = b_5 \Delta_4 > 0 \quad (43e)$$

また、「リエナール＝シパールの定理」(Liénard-Chipart theorem)により、以下の条件は特性方程式(34)のすべての根の実数部分が負になるための必要条件になる(ただし十分条件ではない)ことが知られている(Gandolfo 2009, Chap. 16参照)⁹⁾。

$$b_j > 0 \quad (j=1,2,3,4,5) \quad (44)$$

以上の準備のもとで、以下の命題を証明することができる。

ら出発した解がすべて均衡点に収束する場合にのみ、均衡の小域的安定性が保証される。そのための必要十分条件は、均衡点で評価された特性方程式(34)のすべての根の実数部分が負になることである。したがって、一連の不等式(43)がすべて成立することが、本稿のモデルの均衡点が小域的に安定になるための必要十分条件になる。「ニューケインジアン動学モデル」の「ジャンプ変数アプローチ」への分析的な批判については、Asada (2013)を参照されたい。

9) (40)式と(42)式より、 $B < 0$ という条件が $b_5 > 0$ という条件と同値であることがわかるが、(44)式により、 $b_5 > 0$ という条件は、動学システム(28)の均衡点が小域的に安定になるための必要条件の1つであることがわかる。

[命題1]

パラメーター α_3 と γ が任意の正の値に固定されているものとする。このとき、パラメーター α_1 と α_2 が十分に小さければ、仮定1~4のもとで、動学システム(28)の均衡点は小域的に安定になる。

[証明] 付録(文末掲載)参照。

6. 財政金融政策の比較静学分析

次に、財政政策と金融政策に関する政府や中央銀行の政策パラメーターの変化が均衡点にどのような影響を及ぼすかを考察する。財政金融政策の比較静学分析を行う。

6-1 財政政策の比較静学分析

まず、財政政策の比較静学分析を行う。各国の実質政府支出 G_i と限界税率 $\tau_i (i=1,2,3)$ が変化した場合に内生変数の均衡値がどのような影響を受けるかを調べるために(29)式を全微分すれば、以下ようになる。

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} & T_{15} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} & T_{25} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} & 0 \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} & T_{45} \\ T_{51} & T_{52} & T_{53} & T_{54} & T_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dY_1 \\ dY_2 \\ dY_3 \\ dE \\ dM_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (c_1 Y_1) d\tau_1 - dG_1 \\ (c_2 Y_2) d\tau_2 - dG_2 \\ (c_3 Y_3) d\tau_3 - dG_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (45)$$

ただし、以下の関係が成立する。

$$\begin{aligned} T_{11} &= -\underbrace{\{1 - c_1(1 - \tau_1)\}}_{(+)} + \underbrace{I_{r_1}^1 r_{Y_1}^1}_{(-)(+)} + \underbrace{J_{Y_1}^1}_{(-)} < 0, \quad T_{12} = \underbrace{J_{Y_2}^1}_{(+)} > 0, \quad T_{13} = \underbrace{J_{Y_3}^1}_{(+)} > 0, \quad T_{14} = \underbrace{J_E^1}_{(+)} > 0, \\ T_{15} &= \underbrace{I_{r_1}^1 r_{M_1}^1}_{(-)(-)} > 0, \quad T_{21} = \underbrace{J_{Y_1}^2}_{(+)} > 0, \quad T_{22} = -\underbrace{\{1 - c_2(1 - \tau_2)\}}_{(+)} + \underbrace{I_{r_2}^2 r_{Y_2}^2}_{(-)(+)} + \underbrace{J_{Y_2}^2}_{(-)} < 0, \quad T_{23} = \underbrace{J_{Y_3}^2}_{(+)} > 0, \\ T_{24} &= \underbrace{J_E^2}_{(+)} > 0, \quad T_{25} = -\underbrace{I_{r_2}^2 r_{M_2}^2}_{(-)(-)} < 0, \quad T_{31} = -(1/E) \underbrace{(J_{Y_1}^3 + J_{Y_1}^2)}_{(-)} > 0, \quad T_{32} = -(1/E) \underbrace{(J_{Y_2}^3 + J_{Y_2}^2)}_{(-)} > 0, \\ 0, \quad T_{33} &= -\underbrace{\{1 - c_3(1 - \tau_3)\}}_{(+)} + \underbrace{I_{r_3}^3 r_{Y_3}^3}_{(-)(+)} - (1/E) \underbrace{(J_{Y_3}^1 + J_{Y_3}^2)}_{(+)} < 0, \\ T_{34} &= -(1/E) \underbrace{(J_E^3 + J_E^2)}_{(+)} + (1/E^2) \underbrace{(J_1 + J_2)}_{(?)}, \quad T_{41} = \underbrace{J_{Y_1}^4}_{(-)} + 2\beta r_{Y_1}^4, \quad T_{42} = \underbrace{J_{Y_2}^4}_{(+)} - \beta r_{Y_2}^4, \\ T_{43} &= \underbrace{J_{Y_3}^4}_{(+)} - \beta r_{Y_3}^4, \quad T_{44} = \underbrace{J_E^4}_{(+)} > 0, \quad T_{45} = \beta \underbrace{(2r_{M_1}^4 + r_{M_2}^4)}_{(-)(-)} < 0, \quad T_{51} = \underbrace{J_{Y_1}^5}_{(+)} - \beta r_{Y_1}^5, \\ T_{52} &= \underbrace{J_{Y_2}^5}_{(-)} + 2\beta r_{Y_2}^5, \quad T_{53} = \underbrace{J_{Y_3}^5}_{(+)} - \beta r_{Y_3}^5, \quad T_{54} = \underbrace{J_E^5}_{(+)} > 0, \quad T_{55} = -\beta \underbrace{(r_{M_1}^5 + 2r_{M_2}^5)}_{(-)(-)} > 0 \end{aligned}$$

[仮定 5] $T_{34} < 0$, $T_{41} > 0$, $T_{42} < 0$, $T_{43} < 0$, $T_{51} < 0$, $T_{52} > 0$, $T_{53} < 0$

仮定 5 の符号条件のうち, $T_{34} < 0$ は, 均衡において $J_1 + J_2 \leq 0$ である場合には必ず成立するし, 均衡において $J_1 + J_2 > 0$ であっても, その値が十分に小さければ成立する。その他の符号条件は, パラメーター β が十分に大きければ成立する。

(45) 式の左辺の行列を T で表すことにすれば, その行列式 $\det T$ を以下のように表現することができる。

$$\begin{aligned} \det T &= T_{15}^{(+)} \begin{vmatrix} T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \\ T_{51} & T_{52} & T_{53} & T_{54} \end{vmatrix} - T_{25}^{(-)} \begin{vmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \\ T_{51} & T_{52} & T_{53} & T_{54} \end{vmatrix} \\ &\quad - T_{45}^{(-)} \begin{vmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{51} & T_{52} & T_{53} & T_{54} \end{vmatrix} + T_{55}^{(+)} \begin{vmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \end{vmatrix} \\ &= T_{15}^{(+)} \{ T_{21} (T_{32} T_{43} T_{54} + T_{33} T_{44} T_{52} + T_{34} T_{53} T_{42} - T_{34} T_{43} T_{52} - T_{33} T_{42} T_{54} - T_{32} T_{53} T_{44}) \\ &\quad - T_{22} (T_{31} T_{43} T_{54} + T_{33} T_{44} T_{51} + T_{34} T_{53} T_{41} - T_{34} T_{43} T_{51} - T_{33} T_{41} T_{54} - T_{31} T_{53} T_{44}) \\ &\quad + T_{23} (T_{31} T_{42} T_{54} + T_{32} T_{44} T_{51} + T_{34} T_{52} T_{41} - T_{34} T_{42} T_{51} - T_{32} T_{41} T_{54} - T_{31} T_{52} T_{44}) \\ &\quad - T_{24} (T_{31} T_{42} T_{53} + T_{32} T_{43} T_{51} + T_{33} T_{52} T_{41} - T_{33} T_{42} T_{51} - T_{32} T_{41} T_{53} - T_{31} T_{52} T_{43}) \} \\ &\quad - T_{25}^{(-)} \{ T_{11} (T_{32} T_{43} T_{54} + T_{33} T_{44} T_{52} + T_{34} T_{53} T_{42} - T_{34} T_{43} T_{52} - T_{33} T_{42} T_{54} - T_{32} T_{53} T_{44}) \\ &\quad - T_{12} (T_{31} T_{43} T_{54} + T_{33} T_{44} T_{51} + T_{34} T_{53} T_{41} - T_{34} T_{43} T_{51} - T_{33} T_{41} T_{54} - T_{31} T_{53} T_{44}) \\ &\quad + T_{13} (T_{31} T_{42} T_{54} + T_{32} T_{44} T_{51} + T_{34} T_{52} T_{41} - T_{34} T_{42} T_{51} - T_{32} T_{41} T_{54} - T_{31} T_{52} T_{44}) \\ &\quad - T_{14} (T_{31} T_{42} T_{53} + T_{32} T_{43} T_{51} + T_{33} T_{52} T_{41} - T_{33} T_{42} T_{51} - T_{32} T_{41} T_{53} - T_{31} T_{52} T_{43}) \} \\ &\quad - T_{45}^{(-)} \{ T_{11} (T_{22} T_{33} T_{54} + T_{23} T_{34} T_{52} + T_{24} T_{53} T_{32} - T_{24} T_{33} T_{52} - T_{13} T_{32} T_{54} - T_{22} T_{53} T_{34}) \\ &\quad - T_{12} (T_{21} T_{33} T_{54} + T_{23} T_{34} T_{51} + T_{24} T_{53} T_{31} - T_{24} T_{33} T_{51} - T_{23} T_{31} T_{54} - T_{21} T_{53} T_{34}) \\ &\quad + T_{13} (T_{21} T_{32} T_{54} + T_{22} T_{34} T_{51} + T_{24} T_{52} T_{31} - T_{24} T_{32} T_{51} - T_{22} T_{31} T_{54} - T_{21} T_{52} T_{34}) \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{T_{14}(T_{21}T_{32}T_{54} + T_{22}T_{33}T_{51} + T_{23}T_{52}T_{31} - T_{23}T_{32}T_{51} - T_{22}T_{31}T_{54} - T_{21}T_{52}T_{33})}{\substack{(+)(+)(+)(+) \\ (-)(-)(-)}} + \frac{T_{23}T_{52}T_{31} - T_{23}T_{32}T_{51} - T_{22}T_{31}T_{54} - T_{21}T_{52}T_{33}}{\substack{(+)(+)(+) \\ (-)(-)(-)}} \\
& + T_{55}\{T_{11}(T_{22}T_{33}T_{44} + T_{23}T_{34}T_{41} + T_{24}T_{42}T_{32} - T_{24}T_{33}T_{41} - T_{23}T_{32}T_{44} - T_{22}T_{42}T_{34}) \\
& - T_{12}(T_{21}T_{33}T_{44} + T_{23}T_{34}T_{41} + T_{24}T_{43}T_{31} - T_{24}T_{33}T_{41} - T_{23}T_{31}T_{44} - T_{21}T_{43}T_{34}) \\
& + T_{13}(T_{21}T_{32}T_{44} + T_{22}T_{34}T_{41} + T_{24}T_{42}T_{31} - T_{24}T_{32}T_{41} - T_{22}T_{31}T_{44} - T_{21}T_{42}T_{34}) \\
& - T_{14}(T_{21}T_{32}T_{43} + T_{22}T_{33}T_{41} + T_{23}T_{42}T_{31} - T_{23}T_{32}T_{41} - T_{22}T_{31}T_{43} - T_{21}T_{42}T_{33})\} \quad (46)
\end{aligned}$$

(46)式における $\det T$ の表現は、プラスの項目とマイナスの項目が複雑に入り混じった総和であるが、本章では、以下の仮定のもとに分析を行うことにする。

[仮定6] $\det T < 0$

この仮定は、仮定4における $B < 0$ と類似の仮定であり、 $|T_{ii}|$ ($i=1,2,3$) が十分に大きければ満たされるであろう¹⁰⁾。もし各国の投資支出の利子率への反応度、利子率の国民所得への反応度、限界輸入性向が十分に大きければ、これらの条件は満たされるであろう。

(45)式において

$$dG_2 = dG_3 = d\tau_1 = d\tau_2 = d\tau_3 = 0, dG_1 \neq 0 \quad (47)$$

と仮定して各内生変数の変化についてクラームルの公式を用いて解けば、次式を得る。

$$\begin{aligned}
\frac{dY_1}{dG_1} \equiv (Y_1^1)^* &= \left(\frac{1}{\det T} \right) \begin{vmatrix} -1 & T_{12} & T_{13} & T_{14} & T_{15} \\ 0 & T_{22} & T_{23} & T_{24} & T_{25} \\ 0 & T_{32} & T_{33} & T_{34} & 0 \\ 0 & T_{42} & T_{43} & T_{44} & T_{45} \\ 0 & T_{52} & T_{53} & T_{54} & T_{55} \end{vmatrix} = \left(\frac{-1}{\det T} \right) \begin{vmatrix} T_{22} & T_{23} & T_{24} & T_{25} \\ T_{32} & T_{33} & T_{34} & 0 \\ T_{42} & T_{43} & T_{44} & T_{45} \\ T_{52} & T_{53} & T_{54} & T_{55} \end{vmatrix} \\
&= \left(\frac{-1}{\det T} \right) \{ -T_{25}(T_{32}T_{43}T_{55} + T_{33}T_{44}T_{52} + T_{34}T_{53}T_{42} - T_{34}T_{43}T_{52} - T_{33}T_{42}T_{55} - T_{32}T_{53}T_{44}) \\
&\quad \substack{(-)(+)(-)(+) \\ (-)(+)(+) \\ (-)(-)(-) \\ (-)(-)(+) \\ (-)(-)(+) \}
\end{aligned}$$

10) (46)式において T_{11} , T_{22} , T_{33} を3回かけ合わせた項目は、 $-T_{45}T_{11}T_{22}T_{33}T_{54} < 0$ および

$T_{55}T_{11}T_{22}T_{33}T_{44} < 0$ のみであり、それらを2回かけ合わせた項目は、 $-T_{25}T_{11}T_{33}T_{44}T_{52} > 0$,

$T_{25}T_{11}T_{33}T_{42}T_{54} > 0$, $T_{45}T_{11}T_{22}T_{53}T_{34} < 0$, $T_{45}T_{14}T_{22}T_{33}T_{51} > 0$, $-T_{55}T_{11}T_{24}T_{33}T_{41} < 0$,

$-T_{55}T_{11}T_{22}T_{42}T_{34} < 0$, $-T_{55}T_{14}T_{22}T_{33}T_{41} < 0$ のみである。したがって、 $|T_{ii}|$ ($i=1,2,3$) が十分に大きければ、(部分的に相殺されるが、全体としては) $\det T < 0$ となるであろう。

$$\begin{aligned}
& -\frac{T_{45}(T_{22}T_{33}T_{54} + T_{23}T_{34}T_{52} + T_{24}T_{53}T_{32} - T_{24}T_{33}T_{52} - T_{23}T_{32}T_{54} - T_{22}T_{53}T_{34})}{(-)(-)(-)(+)} \\
& + \frac{T_{55}(T_{22}T_{33}T_{44} + T_{23}T_{34}T_{42} + T_{24}T_{43}T_{32} - T_{24}T_{33}T_{42} - T_{23}T_{32}T_{44} - T_{22}T_{43}T_{34})}{(+)(-)(-)(+)} \quad (48)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dY_2}{dG_1} & \equiv (Y_{G_1}^2)^* = \left(\frac{1}{\det T}\right) \begin{vmatrix} T_{11} & -1 & T_{13} & T_{14} & T_{15} \\ T_{21} & 0 & T_{23} & T_{24} & T_{25} \\ T_{31} & 0 & T_{33} & T_{34} & T_{35} \\ T_{41} & 0 & T_{43} & T_{44} & T_{45} \\ T_{51} & 0 & T_{53} & T_{54} & T_{55} \end{vmatrix} = \left(\frac{1}{\det T}\right) \begin{vmatrix} T_{21} & T_{23} & T_{24} & T_{25} \\ T_{31} & T_{33} & T_{34} & 0 \\ T_{41} & T_{43} & T_{44} & T_{45} \\ T_{51} & T_{53} & T_{54} & T_{55} \end{vmatrix} \\
& = \left(\frac{1}{\det T}\right) \{ -T_{25}(T_{31}T_{43}T_{54} + T_{33}T_{44}T_{51} + T_{34}T_{53}T_{41} - T_{34}T_{43}T_{51} - T_{33}T_{41}T_{54} - T_{31}T_{53}T_{44}) \\
& - T_{45}(T_{21}T_{33}T_{54} + T_{23}T_{34}T_{51} + T_{24}T_{53}T_{31} - T_{24}T_{33}T_{51} - T_{23}T_{31}T_{54} - T_{21}T_{53}T_{34}) \\
& + T_{55}(T_{21}T_{33}T_{44} + T_{23}T_{34}T_{41} + T_{24}T_{43}T_{31} - T_{24}T_{33}T_{41} - T_{23}T_{31}T_{44} - T_{21}T_{43}T_{34}) \} \quad (49)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dY_3}{dG_1} & \equiv (Y_{G_1}^3)^* = \left(\frac{1}{\det T}\right) \begin{vmatrix} T_{11} & T_{12} & -1 & T_{14} & T_{15} \\ T_{21} & T_{22} & 0 & T_{24} & T_{25} \\ T_{31} & T_{32} & 0 & T_{34} & 0 \\ T_{41} & T_{42} & 0 & T_{44} & T_{45} \\ T_{51} & T_{52} & 0 & T_{54} & T_{55} \end{vmatrix} = \left(\frac{-1}{\det T}\right) \begin{vmatrix} T_{21} & T_{22} & T_{24} & T_{25} \\ T_{31} & T_{32} & T_{34} & 0 \\ T_{41} & T_{42} & T_{44} & T_{45} \\ T_{51} & T_{52} & T_{54} & T_{55} \end{vmatrix} \\
& = \left(\frac{-1}{\det T}\right) \{ -T_{25}(T_{31}T_{42}T_{54} + T_{32}T_{44}T_{51} + T_{34}T_{52}T_{41} - T_{34}T_{42}T_{51} - T_{32}T_{41}T_{54} - T_{31}T_{52}T_{44}) \\
& - T_{45}(T_{21}T_{32}T_{54} + T_{22}T_{34}T_{51} + T_{24}T_{52}T_{31} - T_{24}T_{32}T_{51} - T_{22}T_{31}T_{54} - T_{21}T_{52}T_{34}) \\
& + T_{55}(T_{21}T_{32}T_{44} + T_{22}T_{34}T_{41} + T_{24}T_{42}T_{31} - T_{24}T_{32}T_{41} - T_{22}T_{31}T_{44} - T_{21}T_{42}T_{34}) \} \quad (50)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dE}{dG_1} & \equiv (E_{G_1})^* = \left(\frac{1}{\det T}\right) \begin{vmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & -1 & T_{15} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & 0 & T_{25} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & 0 & T_{35} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & 0 & T_{45} \\ T_{51} & T_{52} & T_{53} & 0 & T_{55} \end{vmatrix} = \left(\frac{1}{\det T}\right) \begin{vmatrix} T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{25} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & 0 \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{45} \\ T_{51} & T_{52} & T_{53} & T_{55} \end{vmatrix} \\
& = \left(\frac{1}{\det T}\right) \{ -T_{25}(T_{31}T_{42}T_{53} + T_{32}T_{43}T_{51} + T_{33}T_{52}T_{41} - T_{33}T_{42}T_{51} - T_{32}T_{41}T_{53} - T_{31}T_{52}T_{43}) \\
& - T_{45}(T_{21}T_{32}T_{53} + T_{22}T_{33}T_{51} + T_{23}T_{52}T_{31} - T_{23}T_{32}T_{51} - T_{22}T_{31}T_{53} - T_{21}T_{52}T_{33}) \\
& + T_{55}(T_{21}T_{32}T_{43} + T_{22}T_{33}T_{41} + T_{23}T_{42}T_{31} - T_{23}T_{32}T_{41} - T_{22}T_{31}T_{43} - T_{21}T_{42}T_{33}) \} \quad (51)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dM_1}{dG_1} &\equiv (M_{G_1}^1)^* = \left(\frac{1}{\det T} \right) \begin{vmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} & -1 \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} & 0 \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} & 0 \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} & 0 \\ T_{51} & T_{52} & T_{53} & T_{54} & 0 \end{vmatrix} = \left(\frac{-1}{\det T} \right) \begin{vmatrix} T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \\ T_{51} & T_{52} & T_{53} & T_{54} \end{vmatrix} \\
&= \left(\frac{-1}{\det T} \right) \{ T_{21}(T_{32}T_{43}T_{54} + T_{33}T_{44}T_{51} + T_{34}T_{53}T_{42} - T_{34}T_{43}T_{51} - T_{33}T_{42}T_{54} - T_{32}T_{53}T_{44}) \\
&\quad - T_{22}(T_{31}T_{43}T_{54} + T_{33}T_{44}T_{51} + T_{34}T_{53}T_{41} - T_{34}T_{43}T_{51} - T_{33}T_{41}T_{54} - T_{31}T_{53}T_{44}) \\
&\quad + T_{23}(T_{31}T_{42}T_{54} + T_{32}T_{44}T_{51} + T_{34}T_{52}T_{41} - T_{34}T_{42}T_{51} - T_{32}T_{41}T_{54} - T_{31}T_{52}T_{44}) \\
&\quad - T_{24}(T_{31}T_{42}T_{53} + T_{32}T_{43}T_{51} + T_{33}T_{52}T_{41} - T_{33}T_{42}T_{51} - T_{32}T_{41}T_{53} - T_{31}T_{52}T_{43}) \} \quad (52)
\end{aligned}$$

ここで、以下の仮定を明示的に設けることにする。

[仮定7] (1) パラメーター β が十分に大きい。(2) $|T_{ii}|(i=1,2,3)$ が十分に大きい。(3) 均衡において $r_{M_1}^1 \cong r_{M_2}^2$ である。

このモデルにおける様々な偏微分係数の符号条件は、国際資本移動の流動性が高いことを反映してパラメーター β が十分に大きいことを仮定して決定されているので、仮定7(1)は、今までもすでに暗黙のうちに用いられている。仮定7(2)は、仮定6の符号条件 $\det T < 0$ と整合的である。仮定7(3)は、第1国と第2国の貨幣需要関数が類似していれば、成立する。

これらの仮定のもとで、以下の関係が成立することを示すことができる。

$$\begin{aligned}
\frac{dY_1}{dG_1} &\equiv (Y_{G_1}^1)^* > 0, \quad \frac{dY_2}{dG_1} \equiv (Y_{G_1}^2)^* < 0, \quad \frac{dY_3}{dG_1} \equiv (Y_{G_1}^3)^* > 0, \\
\frac{dE}{dG_1} &\equiv (E_{G_1})^* < 0, \quad \frac{dM_1}{dG_1} \equiv (M_{G_1}^1)^* > 0 \quad (53)
\end{aligned}$$

(53)式のうち、不等式 $\frac{dY_1}{dG_1} > 0$ および $\frac{dE}{dG_1} < 0$ の根拠についてのみ説明しておこう(他の不等式の根拠についても、同様に説明できる)。

(48)式の最右辺において、 $|T_{ii}|(i=1,2,3)$ を2回以上かけ合わせた項目は、 $\left(\frac{-1}{\det T}\right)(-T_{45}T_{22}T_{33}T_{54}) > 0$ および $\left(\frac{-1}{\det T}\right)(T_{55}T_{22}T_{33}T_{44}) > 0$ のみである。したがって、仮定

7のもとでは、 $\frac{dY_1}{dG_1} > 0$ となるであろう。

(51)式の最右辺において、 $|T_{ii}|(i=1,2,3)$ を2回以上かけ合わせた項目は、以下の項目のみである。

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{\det T}\right) \left(-T_{45} T_{22} T_{33} T_{51} + T_{55} T_{22} T_{33} T_{41}\right) = \left(\frac{1}{\det T}\right) T_{22} T_{33} \left(-T_{45} T_{51} + T_{55} T_{41}\right) \\ & = \left(\frac{1}{\det T}\right) \left(\beta T_{22} T_{33}\right) \left\{ \left(2r_{M_1}^1 + r_{M_2}^2\right) \left(-J_{Y_1}^2 + \beta r_{Y_1}^1\right) - \left(r_{M_1}^1 + 2r_{M_2}^2\right) \left(J_{Y_1}^1 + 2\beta r_{Y_1}^1\right) \right\} \end{aligned} \quad (54)$$

もし $r_{M_1}^1 = r_{M_2}^2$ ならば、(54)式の最右辺は、

$$\left(\frac{1}{\det T}\right) \left(\beta T_{22} T_{33}\right) \left\{ 3r_{M_1}^1 \left(-J_{Y_1}^2 - J_{Y_1}^1 - \beta r_{Y_1}^1\right) \right\} \quad (55)$$

となり、もし β が十分に大きければ、この値は負になる。この場合には、(54)式の最右辺は負になる。たとえ $r_{M_1}^1 \neq r_{M_2}^2$ であっても、もし $r_{M_1}^1 \cong r_{M_2}^2$ ならば、(54)式の最右辺は依然として負になるであろう。したがって、仮定7のもとでは $\frac{dE}{dG_1} < 0$ となるであろう。

また、(45)式のもとで

$$dG_1 = dG_3 = d\tau_1 = d\tau_2 = d\tau_3 = 0, dG_2 \neq 0 \quad (56)$$

および

$$dG_1 = dG_2 = d\tau_1 = d\tau_2 = d\tau_3 = 0, dG_3 \neq 0 \quad (57)$$

の場合について、仮定6と仮定7のもとで、それぞれ以下の結果を得る（証明略）。

$$\begin{aligned} \frac{dY_1}{dG_2} &\equiv (Y_{G_2}^1)^* < 0, & \frac{dY_2}{dG_2} &\equiv (Y_{G_2}^2)^* > 0, & \frac{dY_3}{dG_2} &\equiv (Y_{G_2}^3)^* > 0, \\ \frac{dE}{dG_2} &\equiv (E_{G_2})^* < 0, & \frac{dM_1}{dG_2} &< 0 \end{aligned} \quad (58)$$

$$\begin{aligned} \frac{dY_1}{dG_3} &\equiv (Y_{G_3}^1)^* > 0, & \frac{dY_2}{dG_3} &\equiv (Y_{G_3}^2)^* > 0, & \frac{dY_3}{dG_3} &\equiv (Y_{G_3}^3)^* > 0, \\ \frac{dE}{dG_3} &\equiv (E_{G_3})^* > 0 \end{aligned} \quad (59)$$

なお、 τ_i の増加（減少）は G_i の減少（増加）と定性的には同一の結果をもたらすことを容易に示すことができる。すなわち、仮定5と仮定6のもとで、以下の関係が成立する。

$$\begin{aligned} \frac{dY_1}{d\tau_1} &\equiv (Y_{\tau_1}^1)^* < 0, & \frac{dY_2}{d\tau_1} &\equiv (Y_{\tau_1}^2)^* > 0, & \frac{dY_3}{d\tau_1} &\equiv (Y_{\tau_1}^3)^* < 0, \\ \frac{dE}{d\tau_1} &\equiv (E_{\tau_1})^* > 0, & \frac{dM_1}{d\tau_1} &\equiv (M_{\tau_1}^1)^* < 0 \\ \frac{dY_1}{d\tau_2} &\equiv (Y_{\tau_2}^1)^* > 0, & \frac{dY_2}{d\tau_2} &\equiv (Y_{\tau_2}^2)^* < 0, & \frac{dY_3}{d\tau_2} &\equiv (Y_{\tau_2}^3)^* < 0, \end{aligned} \quad (60)$$

$$\frac{dE}{d\tau_2} \equiv (E_{\tau_2})^* > 0, \quad \frac{dM_1}{d\tau_2} \equiv (M_{\tau_2}^1)^* > 0 \quad (61)$$

$$\frac{dY_1}{d\tau_3} \equiv (Y_{\tau_3}^1)^* < 0, \quad \frac{dY_2}{d\tau_3} \equiv (Y_{\tau_3}^2)^* < 0, \quad \frac{dY_3}{d\tau_3} \equiv (Y_{\tau_3}^3)^* < 0,$$

$$\frac{dE}{d\tau_3} \equiv (E_{\tau_3})^* < 0 \quad (62)$$

以上の分析結果を、以下の命題にまとめることができる。

[命題2]

仮定6と仮定7のもとで、以下の結果(1)～(6)が成立する。

$$(1) \quad \frac{dY_1}{dG_1} > 0, \quad \frac{dY_2}{dG_1} < 0, \quad \frac{dY_3}{dG_1} > 0, \quad \frac{dE}{dG_1} < 0, \quad \frac{dM_1}{dG_1} > 0$$

$$(2) \quad \frac{dY_1}{dG_2} < 0, \quad \frac{dY_2}{dG_2} > 0, \quad \frac{dY_3}{dG_2} > 0, \quad \frac{dE}{dG_2} < 0, \quad \frac{dM_1}{dG_2} < 0$$

$$(3) \quad \frac{dY_1}{dG_3} > 0, \quad \frac{dY_2}{dG_3} > 0, \quad \frac{dY_3}{dG_3} > 0, \quad \frac{dE}{dG_3} > 0$$

$$(4) \quad \frac{dY_1}{d\tau_1} < 0, \quad \frac{dY_2}{d\tau_1} > 0, \quad \frac{dY_3}{d\tau_1} < 0, \quad \frac{dE}{d\tau_1} > 0, \quad \frac{dM_1}{d\tau_1} < 0$$

$$(5) \quad \frac{dY_1}{d\tau_2} > 0, \quad \frac{dY_2}{d\tau_2} < 0, \quad \frac{dY_3}{d\tau_2} < 0, \quad \frac{dE}{d\tau_2} > 0, \quad \frac{dM_1}{d\tau_2} > 0$$

$$(6) \quad \frac{dY_1}{d\tau_3} < 0, \quad \frac{dY_2}{d\tau_3} < 0, \quad \frac{dY_3}{d\tau_3} < 0, \quad \frac{dE}{d\tau_3} < 0$$

6-2 金融政策の比較静学分析

次に、金融政策の比較静学分析を行う。統合通貨圏と第3国の金融政策パラメーター \bar{M}_U および \bar{M}_3 が変化した場合に内生変数の均衡値がどのような影響を受けるかを調べるために(29)式を全微分すれば、以下のような表現を得る。

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} & T_{15} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} & T_{25} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} & 0 \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} & T_{45} \\ T_{51} & T_{52} & T_{53} & T_{54} & T_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dY_1 \\ dY_2 \\ dY_3 \\ dE \\ dM_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -(r_{M_2}^2 r_{M_2}^2) d\bar{M}_U \\ -(r_{M_3}^3 r_{M_3}^3) d\bar{M}_3 \\ \beta(r_{M_2}^2 d\bar{M}_U + r_{M_3}^3 d\bar{M}_3) \\ \beta(-2r_{M_2}^2 d\bar{M}_U + r_{M_3}^3 d\bar{M}_3) \end{bmatrix} \quad (63)$$

(63)式において $d\bar{M}_U \neq 0$, $d\bar{M}_3 = 0$ と仮定して内生変数の変化について解けば、次式を得る(証明略)。

$$\begin{aligned} \frac{dY_1}{d\bar{M}_U} &\equiv (Y_{\bar{M}_U}^1)^* > 0, & \frac{dY_2}{d\bar{M}_U} &\equiv (Y_{\bar{M}_U}^2)^* > 0, & \frac{dY_3}{d\bar{M}_U} &\equiv (Y_{\bar{M}_U}^3)^* < 0, \\ \frac{dE}{d\bar{M}_U} &\equiv (E_{\bar{M}_U})^* > 0, & \frac{dM_1}{d\bar{M}_U} &\equiv (M_{\bar{M}_U}^1)^* > 0 \end{aligned} \quad (64)$$

また、(63)式において、 $d\bar{M}_U=0$ 、 $d\bar{M}_3 \neq 0$ と仮定して内生変数の変化について解けば、次式を得る（証明略）。

$$\begin{aligned} \frac{dY_1}{d\bar{M}_3} &\equiv (Y_{\bar{M}_3}^1)^* < 0, & \frac{dY_2}{d\bar{M}_3} &\equiv (Y_{\bar{M}_3}^2)^* < 0, & \frac{dY_3}{d\bar{M}_3} &\equiv (Y_{\bar{M}_3}^3)^* > 0, \\ \frac{dE}{d\bar{M}_3} &\equiv (E_{\bar{M}_3})^* < 0 \end{aligned} \quad (65)$$

以上の分析結果を、以下の命題にまとめることができる。

[命題3]

仮定6と仮定7のもとで、以下の結果(1)～(2)が成立する。

$$\begin{aligned} (1) \quad & \frac{dY_1}{d\bar{M}_U} > 0, \quad \frac{dY_2}{d\bar{M}_U} > 0, \quad \frac{dY_3}{d\bar{M}_U} < 0, \quad \frac{dE}{d\bar{M}_U} > 0, \quad \frac{dM_1}{d\bar{M}_U} > 0 \\ (2) \quad & \frac{dY_1}{d\bar{M}_3} < 0, \quad \frac{dY_2}{d\bar{M}_3} < 0, \quad \frac{dY_3}{d\bar{M}_3} > 0, \quad \frac{dE}{d\bar{M}_3} < 0 \end{aligned}$$

(64)式と(65)式は、統合通貨地域または第3国のマネーサプライが増加すれば、当該地域または当該国の為替レートが減価し、当該地域または当該国の実質国民所得が増加し、マネーサプライを増加させなかった地域または国の実質国民所得が減少することを意味している。そこで、以下では、第3国の中央銀行がマネーサプライを $d\bar{M}_3$ だけ変化させた場合に為替レート E を不変に保つように統合通貨地域の中央銀行がマネーサプライ \bar{M}_U を調整するとすれば、各内生変数がどのように変化するかを調べることにしよう。 $d\bar{M}_3 \neq 0$ 、 $dE=0$ と仮定して(29)式を全微分すれば、次式を得る。

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & 0 & T_{15} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & I_{r_2}^2 r_{M_2}^2 & T_{25} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & 0 & 0 \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & -\beta r_{M_2}^2 & T_{45} \\ T_{51} & T_{52} & T_{53} & 2\beta r_{M_2}^2 & T_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dY_1 \\ dY_2 \\ dY_3 \\ d\bar{M}_U \\ dM_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -(I_{r_3}^3 r_{M_3}^3) d\bar{M}_3 \\ (\beta r_{M_3}^3) d\bar{M}_3 \\ (\beta r_{M_3}^3) d\bar{M}_3 \end{bmatrix} \quad (66)$$

(66)式を内生変数の変化について解けば、以下の命題を得る（証明略）。

[命題4]

仮定6と仮定7のもとで、以下の結果が成立する。

$$\left. \frac{dY_1}{d\bar{M}_3} \right|_{dE=0} > 0, \quad \left. \frac{dY_2}{d\bar{M}_3} \right|_{dE=0} > 0, \quad \left. \frac{dY_3}{d\bar{M}_3} \right|_{dE=0} > 0, \quad \left. \frac{d\bar{M}_U}{d\bar{M}_3} \right|_{dE=0} > 0, \quad \left. \frac{dM_1}{d\bar{M}_3} \right|_{dE=0} > 0$$

7. 分析結果の経済学的解釈

本章では、第5章と第6章における数学的分析の結果の経済学的な解釈を試みる。まず、均衡点の小域的安定条件の経済学的な意味について考えることにする。

7-1 均衡点の小域的安定性分析の経済学的解釈

第5章の命題1は、国際資本移動の流動性が十分に高いことを反映してパラメーター β が十分に大きい場合には、若干の追加的仮定のもとで、もし統合通貨圏の各国における財市場の調整速度 α_1, α_2 が十分に小さいならば、動学システム(28)の均衡点が小域的に安定になることを意味している。この命題の経済学的な意味は、以下のように解釈できる¹¹⁾。

パラメーター β が十分に大きい場合には、固定相場・変動相場混合3国システム全体の動学的安定性に関して、以下のような、相反する2つのフィードバック・メカニズムが支配的になる¹²⁾。

(1) フィードバック・メカニズム FM1

$$Y_3 \downarrow \Rightarrow r_3 \downarrow \Rightarrow (r_3 < r_1, r_3 < r_2) \Rightarrow Q_3 \downarrow \Rightarrow E \downarrow \Rightarrow Y_3 \uparrow \quad (\text{安定化, 効果大}) \quad (\text{FM1a})$$

$$Y_3 \downarrow \Rightarrow r_3 \downarrow \Rightarrow Y_3 \uparrow \quad (\text{安定化}) \quad (\text{FM1b})$$

(2) フィードバック・メカニズム FM2

$$Y_1 \downarrow \Rightarrow r_1 \downarrow \Rightarrow r_1 < r_2 \Rightarrow Q_1 \downarrow \Rightarrow A_1 \downarrow \Rightarrow M_1 \downarrow \Rightarrow r_1 \uparrow \Rightarrow Y_1 \downarrow \quad (\text{不安定化, 効果大}) \quad (\text{FM2a})$$

$$Y_1 \downarrow \Rightarrow r_1 \downarrow \Rightarrow Y_1 \uparrow \quad (\text{安定化}) \quad (\text{FM2b})$$

11) 本稿のモデルにおける様々な偏微分係数の符号条件は、パラメーター β が十分に大きいことを前提にして決定されている。すなわち、本稿のモデルは、不完全資本移動モデルではあるが、現在のユーロ圏、米国、日本のように、国際資本移動が比較的活発な経済を前提にしている。

12) これらのフィードバック・メカニズムの図式的表現は、小国開放経済を分析の対象にしている浅田(1997)第3章に収録されている図を、本稿の固定相場・変動相場混合3国モデル用に書き直したものである。

フィードバック・メカニズム FM1a は、統合通貨圏と第3国の変動相場制の為替レート調整による安定化効果を図式的に示している。もし第3国の実質国民所得 Y_3 を減少させるショックが発生した場合には、当該国の名目利子率 r_3 が低下する。このことは、第3国から統合通貨圏への資本移動を促進し、第3国の資本収支の減少をもたらす。このとき、もし為替レートが不変ならば第3国の総合収支が減少するが、変動相場制下では、第3国の為替レートの減価によって調整が行われる。このことは、第3国の純輸出の増加を通じて Y_3 の増加を誘発する。これは、 Y_3 の減少がそれ自身の増加を誘発するという、安定化効果をもたらす負のフィードバック・メカニズムであり、資本移動の流動性が高ければ、この効果は大きい。また、 Y_3 の減少が第3国の名目利子率の低下を通じた当該国の投資支出の増加をもたらすことによって Y_3 の増加を直接誘発するという、もう一つの安定化効果 (FM1b) もある。

フィードバック・メカニズム FM2a は、固定相場でつながっている統合通貨圏内の2カ国間で発生する不安定化効果を図式的に示している。もし第1国の実質国民所得 Y_1 を減少させるショックが発生した場合には、当該国の名目利子率 r_1 が低下する。このことは、統合通貨圏の内部で第1国から第2国への資本移動を促進するが、第1国と第2国の間では為替レートによる調整は行われないので、第1国の総合収支の減少 (第2国の総合収支の増加) を通じて第1国から第2国への貨幣の流出が誘発される。このことは r_1 の上昇をもたらす。当該国の投資支出の低下を通じて Y_1 の低下を誘発する。これは、 Y_1 の減少がそれ自身のさらなる減少を誘発するという、不安定化効果をもたらす正のフィードバック・メカニズムである¹³⁾。他方、 Y_1 の減少が第1国の名目利子率の低下を通じた当該国の投資支出の増加をもたらすことによって Y_1 の増加を誘発するという安定化効果 (FM2b) も存在するが、国際資本移動の流動性が高ければ、不安定化効果 (FM2a) の方が安定化効果 (FM2b) よりも大きくなる。しかも、この不安定化効果は、貿易と資本移動でつながっている第3国にも波及していく。ただし、もし統合通貨圏の各国の財市場の調整速度 α_1, α_2 がいずれも十分に小さければ、不安定化効果 (FM2) よりも安定化効果 (FM1) の方が優勢になり、動学システム (28) の均衡点は小域的に安定になる。これが、命題1の意味するところである。

ところで、もし十分に大きな α_1 のもとでシステムの均衡点が不安定になるならば、 α_2 を十分に小さな値に固定したうえで α_1 を少しずつ増加させていけば、システムの均衡点が小域的に「安定」から「不安定」に切り替わる「分岐点」が少なくとも1個存在する。その「分岐点」においては特性方程式 (34) が少なくとも1個の実数部分がゼロになる根を持つこ

13) (FM2a) の図が示唆するように、システムが不安定な場合にも、各変数は単調に発散するのではなく、名目利子率の上下変動のような循環的変動が発生するであろう。

とは、明らかである。ところで、仮定4のもとでは特性方程式(34)は $f(0)=b_5>0$ となるので、 $\lambda=0$ という実根は、存在しない。したがって、「分岐点」においては、特性方程式(34)は1組または2組の純虚根を持つ。もし純虚根が1組ならば、ホップ分岐定理(Hopf Bifurcation theorem)により、分岐点の近傍のパラメーター α_1 のある範囲内で、閉軌道が存在する(Gandolfo 2009, Chap. 24参照)。もし分岐点において純虚根が2組存在しても、その近傍のパラメーターのもとでは、特性方程式が2組の複素根を持つのであるから、閉軌道とは限らないが、循環的変動が必ず発生する¹⁴⁾。

7-2 財政政策の比較静学分析の経済学的解釈

次に、財政政策の比較静学分析の経済学的な解釈を試みる。その前に、比較静学に関する古典的な理論である「サムエルソンの対応原理」と本稿の比較静学の関係について触れておく。Samuelson (1947) は、動学システムの均衡点が不安定ならば、動学的な調整によって均衡に到達しないのであるから、そのような場合に外生変数の変化が内生変数の均衡値に及ぼす影響を調べる比較静学は無効になり、比較静学は均衡点が動学的に安定になる場合のみ有効であると主張した。そこで、動学システムの均衡点の安定条件を用いて比較静学に関する符号を確定させることができることを利用して、均衡点の安定条件と比較静学の結果にある種の対応関係があることを見出し、それを「対応原理」(correspondence principle)と名付けた。

ところで、本稿のモデルにおいては、各国の財市場の調整速度 $\alpha_i(i=1,2,3)$ は、内生変数の均衡値に全く影響を与えない。それにもかかわらず、一定の追加的仮定のもとで、 α_1 と α_2 がいずれも十分に小さければ均衡点は小域的に安定になり、それらのうちのいずれかが十分に大きければ均衡点が不安定になる可能性があることが、7-1節で指摘された。このことは、パラメーター α_1 または α_2 のいずれかが変化して均衡点が小域的に安定から不安定に切り替わっても、本稿のモデルの比較静学の結果は変化しないことを意味する。

それでは、本稿のモデルで均衡点が小域的に不安定になると、比較静学は無意味になってしまうのであろうか。必ずしもそうではないことを、以下のようにして説明することができる。動学システムが線形ならば、均衡点の小域的不安定性は大域的な不安定性をも意味し、その場合には、もし均衡点が小域的に不安定ならば、動学システムの解経路は無限に発散してしまう。ところが、本稿のモデルのような非線形の動学システムでは、均衡点の小域的不安定性は大域的な不安定性を必ずしも意味しない。このような非線形システムでは、均衡点が

14) 本稿のモデルでは、パラメーター $\alpha_i(i=1,2,3)$ の値は内生変数の均衡値に全く影響を及ぼさないことに留意されたい。

小域的に不安定でも解経路は無限には発散せず、均衡点をめぐる循環的変動（ある種の内生的景気循環）が発生し得ることが、7-1節で指摘されている。この場合には、均衡点は、循環的変動の「重心」として解釈でき、比較静学の結果は、外生的パラメーターの変化が循環的変動の「重心」にどのような影響を及ぼすかを調べるために使えるのである¹⁵⁾。

財政政策の比較静学分析の結果は、第6章の命題2にまとめられている。命題2(1)は、以下のように経済学的に解釈することができる（命題2(2)の解釈も、同様である）。

統合通貨圏内の第1国の実質政府支出 G_1 が第1国の実質国民所得 Y_1 に及ぼす影響は、以下の三つの効果の合成結果として表すことができる。第一に、 Y_1 を増加させるように作用する伝統的なケインズの乗数効果が存在する。 G_1 の増加は、第1国の名目利子率 r_1 を上昇させることによって第1国の実質投資水準を引き下げてしまう「クラウディング・アウト効果」を伴うが、クラウディング・アウト効果の影響を差し引いても、乗数効果は Y_1 に対してプラスに作用する。第二に、 r_1 が同じ統合通貨圏内の第2国の名目利子率 r_2 に比して上昇することにより、第2国から第1国への資本移動が促進される。同じ統合通貨圏内の第1国と第2国の間には為替レートの変化による調整は起こらないから、第2国から第1国への資本移動により、第1国の総合収支は黒字、第2国の総合収支は赤字になり、第2国から第1国へ貨幣が移動する。このことは、 r_1 の増加を抑制し、 Y_1 を増加させる効果を持っている。第三に、 G_1 の増加によって r_1 が第3国の名目利子率 r_3 に比して上昇するので、第3国から第1国への資本移動が促進され、第3国の資本収支が減少し、このことによって、第3国の為替レート E の低下（共通通貨圏の為替レートの増価）が誘発される。このことは、第1国から第3国への純輸出の減少を通じて、 Y_1 を減少させる効果を持っている。本稿の不完全資本移動3国モデルでは、 Y_1 を増加させる第一と第二の効果の合計が Y_1 を減少させる第三の効果を上回り、 $(dY_1/dG_1) > 0$ となるのである。また、以上の説明により、 $(dM_1/dG_1) > 0$ （第2国の貨幣供給を M_2 とすれば $M_1 + M_2 = \bar{M}_v$ であるから、 $(dM_2/dG_1) = -(dM_1/dG_1) < 0$ でもある）および $dE/dG_1 < 0$ となることがわかる。第2国では、自国から第1国への貨幣の流出と共通通貨圏の為替レートの増価による第3国への純輸出の減少という二重の悪影響により、実質国民所得が低下する $(dY_2/dG_1 < 0)$ 。第3国では、自国の為替レートの減価によって共通通貨圏への純輸出が増加し、自国の実質国民所得 Y_3 が増加する $(dY_3/dG_1 > 0)$ のである。

命題2(3)の経済学的な解釈は、以下のとおりである。第3国の実質政府支出 G_3 が増加すれば、ケインズの乗数効果を通じて第3国の実質国民所得 Y_3 を増加させる効果がある。他方、 G_3 の増加は第3国の名目利子率 r_3 の上昇を通じて第3国の民間投資を減少さ

15) 同様の論点は、浅田(2017)においても述べられている。

せ、 Y_3 を増加させる効果を一部相殺する。また、第3国の名目利子率が統合通貨圏諸国の名目利子率に対して相対的に上昇することによって統合通貨圏から第3国への資本移動が促進され、そのために、第3国の為替レートが増価する($dE/dG_3 > 0$)。このことは、第3国の純輸出の減少を通じて Y_3 を引き下げる効果を持っている。しかし、本稿の不完全移動3国モデルでは、 Y_3 を増加させるケインズの乗数効果その他の効果よりも大きいので、 $dY_3/dG_3 > 0$ となるのである。また、統合通貨圏の諸国は、統合通貨圏の為替レートの減価(第3国の為替レートの増価)による純輸出の増加を通じて実質国民所得の増加を享受する($dY_1/dG_3 > 0$ および $dY_2/dG_3 > 0$)。

命題2(4)～命題2(6)は、各国の限界税率の増加(減少)が各内生変数に及ぼす影響は、当該国の実質政府支出の減少(増加)が各内生変数に及ぼす効果と定性的には同じであることを示している。

7-3 金融政策の比較静学分析の経済学的解釈

次に、金融政策の比較静学分析の経済学的な解釈を試みる。第6章の命題3(1)は、以下のように解釈することができる。

統合通貨圏の中央銀行が名目貨幣供給 \bar{M}_U を増加させれば、たとえ統合通貨圏内の国々のうちの片方の国の国債を購入するかたちで貨幣供給を増加させた場合でも、増加した貨幣のすべてがその国の国内に留まるわけではなく、統合通貨圏内のもう片方の国にも貨幣が流出し、結果的に両国の貨幣供給が増加する。そのメカニズムは、以下のとおりである。たとえば、統合通貨圏の中央銀行が第2国の国債を購入するかたちで貨幣供給を増加させた場合を考えよう。この場合には、第2国の名目利子率 r_2 が第1国の名目利子率 r_1 に比して相対的に低下するので、第2国から第1国へ、統合通貨圏内での資本移動が促進され、その結果、第2国から第1国へ貨幣の一部が流出する。すなわち、 $d\bar{M}_U = dM_1 + dM_2 > 0$ 、 $dM_1 > 0$ 、 $dM_2 > 0$ なので、 $dM_1/d\bar{M}_U > 0$ 、 $dM_2/d\bar{M}_U = 1 - (dM_1/d\bar{M}_U) > 0$ となる。その結果、第1国でも名目利子率が低下する。このことは、第1国と第2国の投資需要の増加を促進して、ケインズの乗数効果を通じて Y_1 および Y_2 をともに増加させる効果を持っている。さらに、このことは、統合通貨圏の名目利子率が全般的に第3国の名目利子率 r_3 に比して相対的に低下することを意味するので、このことにより、統合通貨圏から第3国への資本移動が促進され、第3国の為替レートが増価する(統合通貨圏の為替レートが減価する)ことになる。すなわち、 $dE/d\bar{M}_U > 0$ となる。この為替レートの変化は、第3国の純輸出の減少(統合通貨圏の純輸出の増加)を誘発し、 Y_1 と Y_2 の増加および Y_3 の減少をもたらす効果を持っている。以上の諸効果の合成結果は、 $dY_1/d\bar{M}_U > 0$ 、 $dY_2/d\bar{M}_U > 0$ 、 $dY_3/d\bar{M}_U < 0$ である。

命題3(2)の経済学的な解釈は、以下のとおりである。第3国の中央銀行による名目貨幣供給 \bar{M}_3 の増加は、 r_3 の低下を通じて第3国の投資需要を増加させ、ケインズの乗数効果を通じて Y_3 を増加させる効果を持っている。さらに、このことは、統合通貨圏に比べて相対的に名目利子率が低下した第3国から統合通貨圏への資本移動が促進されることを意味する。このことによって第3国の為替レートが減価（統合通貨圏の為替レートが増価）し、第3国の純輸出が増加（統合通貨圏の純輸出が減少）する。この為替レートの変化 ($dE/d\bar{M}_3 < 0$) は、 Y_3 を増加させ Y_1 と Y_2 を減少させる効果を持っている。以上の諸効果の合成結果は、 $dY_1/d\bar{M}_3 < 0$ 、 $dY_2/d\bar{M}_3 < 0$ 、 $dY_3/d\bar{M}_3 > 0$ である。

命題3は、ある国または地域の中央銀行による名目貨幣供給の増加は、その国または地域の実質国民所得の増加、およびその他の国または地域の実質国民所得の減少をもたらすことを意味している。これらの実質国民所得の変化は、為替レートの変化とケインズの乗数効果の合成結果としてもたらされる。したがって、ある地域または国の中央銀行による金融緩和政策は、他地域または他国の犠牲のうえに自地域または自国の利益をはかる「近隣窮乏化政策」(beggar my neighbor policy) である、と言われることがしばしばある。

ところで、ある地域またはある国の中央銀行が金融緩和を行った場合、他地域または他国の中央銀行も同様に金融緩和を行えば、為替レートに及ぼす影響を中立化させることができる。命題4は、第3国の中央銀行が名目貨幣供給を $d\bar{M}_3$ だけ変化させた場合に為替レートを変化させないためには統合通貨圏の中央銀行が名目貨幣供給 \bar{M}_v をどれだけ変化させなければならないか、またその場合に各国の実質国民所得はどのように変化するかを示している。

第3国の中央銀行が \bar{M}_3 を増加させた場合、統合通貨圏の中央銀行が行動を起こさなければ第3国の為替レートが減価するが、もし統合通貨圏の中央銀行が \bar{M}_v を増加させることによって為替レートの動きを中立化させる ($dE=0$ を実現させる) ことができる。このとき、すべての地域または国の名目貨幣供給が同時に増加するのであるから、すべての地域または国で名目利子率の低下を通じて投資需要が増加し、乗数効果によって Y_1 、 Y_2 および Y_3 がすべて増加することになる。すなわち、世界レベルでの金融緩和はどの地域にとっても「近隣窮乏化」にはならず、世界レベルでの経済の改善に寄与するのである¹⁶⁾。

16) この事実は、Bernanke (2000) および浜田 (2013) によって、米国、ヨーロッパおよび日本の経験に関する具体例を参照しつつ述べられている。

7-4 財政金融のポリシーミックスについて

次に、ある地域または国による財政金融政策のポリシーミックスが世界経済全体にどのような影響を及ぼすかを考察しよう。第3国が財政政策と金融政策に関する諸パラメーター G_3 , τ_3 , \bar{M}_3 を同時に変化させた場合に各内生変数がどのような影響を受けるかは、第6章で使用された記号を用いて表現すれば、以下の公式で表すことができる。

$$dY_1 = (Y_{G_3}^1)^+ dG_3 + (Y_{\tau_3}^1)^- d\tau_3 + (Y_{\bar{M}_3}^1)^- d\bar{M}_3 \quad (67a)$$

$$dY_2 = (Y_{G_3}^2)^+ dG_3 + (Y_{\tau_3}^2)^- d\tau_3 + (Y_{\bar{M}_3}^2)^- d\bar{M}_3 \quad (67b)$$

$$dY_3 = (Y_{G_3}^3)^+ dG_3 + (Y_{\tau_3}^3)^- d\tau_3 + (Y_{\bar{M}_3}^3)^+ d\bar{M}_3 \quad (67c)$$

$$dE = (E_{G_3})^+ dG_3 + (E_{\tau_3})^+ d\tau_3 + (E_{\bar{M}_3})^+ d\bar{M}_3 \quad (67d)$$

以下では、この公式における2つの特殊ケースについてのみ考えることにしよう。まず、 $dG_3 > 0$, $d\tau_3 = 0$, $d\bar{M}_3 > 0$ の場合には、(67)式は以下ようになる。

$$dY_1 = (Y_{G_3}^1)^+ dG_3 + (Y_{\bar{M}_3}^1)^- d\bar{M}_3 \quad (68a)$$

$$dY_2 = (Y_{G_3}^2)^+ dG_3 + (Y_{\bar{M}_3}^2)^- d\bar{M}_3 \quad (68b)$$

$$dY_3 = (Y_{G_3}^3)^+ dG_3 + (Y_{\bar{M}_3}^3)^+ d\bar{M}_3 > 0 \quad (68c)$$

$$dE = (E_{G_3})^+ dG_3 + (E_{\bar{M}_3})^+ d\bar{M}_3 \quad (68d)$$

(68)式は、第3国の政府と中央銀行が拡張的な財政政策と金融緩和政策のポリシーミックスを行った場合の効果を表している。このようなポリシーミックスは、たとえば、第3国の政府が政府支出の増加の財源として新規に国債を発行して、それを同国の中央銀行が購入する「マネー・ファイナンス」ないしは「ヘリコプター・マネー」と言われる方法によって実行できる¹⁷⁾。この場合には、第3国が金融緩和を伴わない財政拡大のみを行う場合に比べて、第3国の実質国民所得増大効果は大きくなり、さらに、第3国の金融緩和による統合通貨圏の為替レートの増価に起因する統合通貨圏の実質所得への不利な影響を緩和することができる。

次に、 $dG_3 = 0$, $d\tau_3 > 0$, $d\bar{M}_3 > 0$ の場合には、(67)式は以下ようになる。

17) 同様の効果を持つ政策を実行するためには、新規国債を中央銀行が直接購入する必要はない。新規国債を政府が民間銀行に売り、その後で中央銀行が民間銀行から国債を購入することによって実行できる。

$$dY_1 = (Y_{\tau_3}^1)_{(-)} * d\tau_1 + (Y_{\bar{M}_3}^1)_{(+)} * d\bar{M}_3 < 0 \quad (69a)$$

$$dY_2 = (Y_{\tau_3}^2)_{(-)} * d\tau_3 + (Y_{\bar{M}_3}^2)_{(+)} * d\bar{M}_3 < 0 \quad (69b)$$

$$dY_3 = (Y_{\tau_3}^3)_{(-)} * d\tau_3 + (Y_{\bar{M}_3}^3)_{(+)} * d\bar{M}_3 \quad (69c)$$

$$dE = (E_{\tau_3})_{(-)} * d\tau_3 + (E_{\bar{M}_3})_{(+)} * d\bar{M}_3 < 0 \quad (69d)$$

これは、第3国における増税と金融緩和の組合せであり、その経済効果は、定性的には、第3国が政府支出の削減と金融緩和を組み合わせた場合 ($dG_3 < 0$, $d\tau_3 = 0$, $d\bar{M}_3 > 0$) と同じになる。このように第3国が緊縮財政と金融緩和を組み合わせたポリシー・ミックスを採用すると、第3国の為替レートは二重の意味で減価（統合通貨圏の為替レートは二重の意味で増価）し、統合通貨圏の純輸出が大幅に減少し、統合通貨圏諸国の実質国民所得は、大幅に減少する。第3国では、金融緩和による実質所得増大効果を緊縮財政による実質所得の減少効果が打ち消してしまうので、第3国の実質国民所得が増加するか減少するかは、必ずしも明らかではない。Blyth (2013) が指摘しているように、米国、ヨーロッパ、日本など、経済危機に陥った国や地域ではしばしば、国民所得の縮小に伴う税収の減少を食い止めるという名目で、中央銀行による金融緩和の効果を打ち消し、さらに近隣諸国の所得をもさらに減らすように作用する緊縮財政政策が採用され、結果的に世界経済の危機をかえって拡大させてしまうことがある。(69)式は、Blyth (2013) が「危険な思想」(dangerous idea) と呼んでいる「緊縮策」(austerity) が世界経済に及ぼす破壊的な影響を示している。

8. 結 論

本稿では、固定相場制と変動相場制が混在する3国マンデル=フレミング・モデルの動学的特性と比較静学的特性を数学的に解析し、経済学的に意味のある結論を導出した。このモデルは、固定相場制で結び付いているユーロ圏諸国およびそれらの諸国と変動相場制で結び付いている米国や日本のような国との間の経済関係を分析できるという意味で、現実的かつ重要な意味を持っているが、おそらく分析技術上の困難のために、従来はほとんど未開拓であった。その意味で、本稿で得られた理論的成果には、一定の意義があるものと思われる。ただし、本稿のモデルは、浅田 (2016a) と同様に、投資の資本蓄積効果を捨象した「短期」の固定価格モデルであるという意味で、不完全なモデルである。資本蓄積、価格伸縮性、インフレ・デフレ期待を本稿の不完全資本移動固定相場・変動相場混合3国モデルに導入して分析を行い、経済学的に意味のある結論を導出することは、容易なことではなく、将来の課題として残されている¹⁸⁾。

[追記] 本稿は、文部科学省私立大学戦略的研究基盤形成支援事業、2018年度中央大学特定課題研究費および2018年度中央大学基礎研究費に基づく研究成果の一部である。記して感謝する。

参考文献

- 浅田統一郎 (1997) 『成長と循環のマクロ動学』 日本経済評論社。
- 浅田統一郎 (2016a) 「変動相場制下の2国マンデル=フレミング・モデルにおける財政金融政策の効果：不完全資本移動の場合」 中央大学経済研究所編『日本経済の再生と新たな国際関係』 中央大学出版部, 187-215ページ。
- 浅田統一郎 (2016b) 『マクロ経済学基礎講義 第3版』 中央経済社。
- 浅田統一郎 (2017) 「変動相場制2国カルドア型景気循環モデルの動学的特性と比較静学的特性について」 松本昭夫編著『経済理論・応用・実証分析の新展開』 中央大学出版部, 3-41ページ。
- 奥村隆平 (1985) 『変動相場制の理論』 名古屋大学出版会。
- 河合正弘 (1994) 『国際金融論』 東京大学出版会。
- 浜田宏一 (2013) 『アメリカは日本経済の復活を知っている』 講談社。
- Asada, T. (2004), "A Two-regional Model of Business Cycles with Fixed Exchange Rates: a Kaldorian Approach", *Studies in Regional Sciences*, vol. 34, no. 2, pp. 19-38.
- Asada, T. (2013), "An Analytical Critique of 'New Keynesian' Dynamic Model", *Post Keynesian Review*, vol. 2, no. 2, pp. 1-28.
- Asada, T., Chiarella, C., Flaschel, P. and Franke, R. (2003), *Open Economy Macrodynamics: An Integrated Disequilibrium Approach*, Berlin: Springer.
- Asada, T., Douskos, C., Kalantonis, V. and Markellos, P. (2010), "Numerical Exploration of Kaldorian Interregional Macrodynamics: Enhanced Stability and Predominance of Period Doubling under Flexible Exchange Rates", *Discrete Dynamics in Nature and Society*, Vol. 2010, Article ID 263041, pp. 1-29.
- Asada, T., Douskos, C. and Markellos, P. (2011), "Numerical Exploration of Kaldorian Interregional Macrodynamics: Stability and the Trade Threshold for Business Cycles under Fixed Exchange Rates", *Nonlinear Dynamics, Psychology, and Life Sciences*, Vol. 15, No. 1, pp. 105-128.
- Asada, T., Inaba, T. and Misawa, T. (2001), "An Interregional Dynamic Model: The Case of Fixed Exchange Rates", *Studies in Regional Sciences*, Vol. 31, No. 2, pp. 29-41.
- Bernanke, B. (2000), *Essays on the Great Depression*, Princeton: Princeton University Press (栗原潤・

18) 浅田 (2017), Asada (2004), Asada, Douskos, Kalantonis and Markellos (2010), Asada, Douskos and Markellos (2011), Asada, Inaba and Misawa (2001), Maličký and Zimka (2010, 2012), Nakao (2017)は、投資の資本蓄積効果を考慮に入れた固定相場制または変動相場制の不完全資本移動・固定価格2国モデルである。Inaba and Asada (2017)は、投資の資本蓄積効果を考慮に入れた固定相場制・不完全資本移動・固定価格の3国モデルである。Asada, Chiarella, Flaschel and Franke (2003)では、不完全資本移動・固定相場制または変動相場制の小国開放経済または2国モデルの枠組のもとで、投資の資本蓄積効果と伸縮価格およびインフレ・デフレ期待が導入されている。

- 中村亨・三宅敦史訳 (2019) 『大恐慌論』 日本経済新聞出版社).
- Blyth, M. (2013), *Austerity : The History of a Dangerous Idea*. New York : Oxford University Press (若田部昌澄監訳, 田村勝省訳 (2015) 『緊縮策という病 : 「危険な思想」の歴史』 NTT 出版).
- Fleming, J. M. (1962), "Domestic and Financial Policies under Fixed and Floating Exchange Rates", *IMF Staff Papers*, Vol. 9, pp. 369-379.
- Frenkel, J. A. and Razin, A. (1987), *Fiscal Policies and the World Economy*, Cambridge, Massachusetts : The MIT Press (河合正弘監訳 (1991) 『財政政策と世界経済』 HBJ 出版局).
- Galí, J. (2015), *Monetary Policy, Inflation, and Business Cycles : An Introduction to the New Keynesian Framework, Second Edition*, Princeton: Princeton University Press.
- Gandolfo, G. (2009), *Economic Dynamics, Fourth Edition*, Berlin : Springer.
- Inaba, T. and Asada, T. (2017), "On Dynamics of a Three-country Kaldorian Model of Business Cycles with Fixed Exchange Rates", Paper Presented at 10th NED Conference - 1st CICE Workshop, 8 September 2017, University of Pisa, Italy.
- Kaldor, N. (1940), "A Model of the Trade Cycle", *Economic Journal*, Vol. 50, pp. 69-86.
- Keynes, J. M. (1936), *The General Theory of Employment, Interest and Money*, London : Macmillan (間宮陽介訳 (2006) 『雇用・利子および貨幣の一般理論』 上・下, 岩波文庫).
- Maličky, P. and Zimka, R. (2010), "On the Existence of Business Cycles in Asada's Two-regional Model", *Nonlinear Analysis : Real World Applications*, Vol. 11, pp. 2787-2795.
- Maličky, P. and Zimka, R. (2012), "On the Existence of Tori in Asada's Two-regional Model", *Nonlinear Analysis : Real World Applications*, Vol. 13, pp. 710 - 724.
- Mundell, R. (1963), "Capital Mobility and Stabilization Policy under Fixed and Flexible Exchange Rates", *Canadian Journal of Economics and Political Science*, Vol. 29, pp. 475-485.
- Mundell, R. (1968), *International Economics*, New York : Macmillan (渡辺太郎・箱木真澄・井川一宏訳 (2000) 『新版 国際経済学』 ダイヤモンド社).
- Nakao, M. (2017), "Macroeconomic Instability of a Capital Markets Union and Stability of Fiscal Union in the Euro Area : Keynesian and Kaldorian Two-Country Models", *The International Economy*, Vol. 20, pp. 13-46.
- Samuelson, P. A. (1947), *Foundations of Economic Analysis*, Cambridge, Massachusetts : Harvard University Press (佐藤隆三訳 (1967) 『経済分析の基礎』 勁草書房).
- Woodford, M. (2003), *Interest and Prices : Foundations of a Theory of Monetary Policy*, Princeton : Princeton University Press.

[付録：命題1の証明]

$\Delta_j = \Delta_j(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \gamma)$ ($j=1,2,3,4,5$) と書くことにし、本文の(35)式が成立する場合について考えよう。このとき、(36)～(42)の各式より、以下の関係が得られる。

$$\Delta_1(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \gamma) = b_1(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \gamma) > 0 \text{ for all } (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \gamma) > (0, 0, 0, 0) \quad (\text{A1})$$

$$\begin{aligned} \Delta_1(0, 0, \alpha_3, \gamma) &= b_1(0, 0, \alpha_3, \gamma) \\ &= -\alpha_3 G_{33} - \gamma G_{44} - F_{55} > 0 \text{ for all } (\alpha_3, \gamma) > (0, 0) \end{aligned} \quad (\text{A2})$$

$$\begin{aligned} b_2(0, 0, \alpha_3, \gamma) &= \gamma \{ \alpha_3 (G_{33} G_{44} - G_{34} G_{43}) + G_{44} F_{55} \} \\ &\quad + \alpha_3 G_{33} F_{55} > 0 \text{ for all } (\alpha_3, \gamma) > (0, 0) \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

$$b_3(0, 0, \alpha_3, \gamma) = -\gamma \alpha_3 F_{55} (G_{33} G_{44} - G_{34} G_{43}) > 0 \text{ for all } (\alpha_3, \gamma) > (0, 0) \quad (\text{A4})$$

$$\begin{aligned} \Delta_2(0, 0, \alpha_3, \gamma) &= b_1(0, 0, \alpha_3, \gamma) b_2(0, 0, \alpha_3, \gamma) - b_3(0, 0, \alpha_3, \gamma) \\ &= (-\alpha_3 G_{33} - \gamma G_{44}) [\gamma \{ (G_{33} G_{44} - G_{34} G_{43}) + G_{44} F_{55} \} + \alpha_3 G_{33} F_{55}] \\ &\quad - F_{55} (\gamma G_{44} F_{55} + \alpha_3 G_{33} F_{55}) > 0 \text{ for all } (\alpha_3, \gamma) > (0, 0) \end{aligned} \quad (\text{A5})$$

$$b_4(0, \alpha_2, \alpha_3, \gamma) = \alpha_2 \alpha_3 \gamma A > 0 \text{ for all } (\alpha_2, \alpha_3, \gamma) > (0, 0, 0) \quad (\text{A6})$$

$$b_4(0, 0, \alpha_3, \gamma) = 0 \text{ for all } (\alpha_3, \gamma) > (0, 0) \quad (\text{A7})$$

$$b_5(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \gamma) = -\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \gamma B > 0 \text{ for all } (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \gamma) > (0, 0, 0, 0) \quad (\text{A8})$$

$$b_5(0, \alpha_2, \alpha_3, \gamma) = 0 \text{ for all } (\alpha_2, \alpha_3, \gamma) > (0, 0, 0) \quad (\text{A9})$$

$$b_5(0, 0, \alpha_3, \gamma) = 0 \text{ for all } (\alpha_3, \gamma) > (0, 0) \quad (\text{A10})$$

$$\Delta_3(0, 0, \alpha_3, \gamma) = b_3(0, 0, \alpha_3, \gamma) \Delta_2(0, 0, \alpha_3, \gamma) > 0 \text{ for all } (\alpha_3, \gamma) > (0, 0) \quad (\text{A11})$$

$$\Delta_4(0, \alpha_2, \alpha_3, \gamma) = b_4(0, \alpha_2, \alpha_3, \gamma) \Delta_3(0, \alpha_2, \alpha_3, \gamma) \quad (\text{A12})$$

$$\Delta_5(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \gamma) = b_5(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \gamma) \Delta_4(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \gamma) \quad (\text{A13})$$

パラメーター α_3 と γ が任意の正の値に固定されている場合について考える。このとき、(A1)式は、任意の $(\alpha_1, \alpha_2) > (0, 0)$ に対して $\Delta_1 > 0$ となることを意味している。また、諸パラメーターの変化に関する関数の連続性を考慮すれば、(A5)と(A11)の各式から、すべての十分に小さい $(\alpha_1, \alpha_2) > (0, 0)$ に対して $\Delta_2 > 0$ および $\Delta_3 > 0$ となることわかる。(A11)式はまた、すべての十分に小さい $\alpha_2 > 0$ に対して $\Delta_3(0, \alpha_2, \alpha_3, \gamma) > 0$ になることを意味している。この事実と(A6)、(A12)の各式より、すべての十分に小

い $(\alpha_1, \alpha_2) > (0, 0)$ に対して $\Delta_4 > 0$ になることがわかる。この事実と (A8), (A13) の各式は、すべての十分に小さい $(\alpha_1, \alpha_2) > (0, 0)$ に対して $\Delta_5 > 0$ となることを意味している。したがって、パラメーター α_3 および γ が任意の正の値に固定されたとき、すべての十分に小さい $(\alpha_1, \alpha_2) > (0, 0)$ に対して、均衡点の小域的安定性に関するラウス＝フルヴィッツの必要十分条件 (43) 式がすべて満たされる。

この結論は本文の (35) 式の仮定のもとで導かれたが、諸パラメーターの変化に関する各関数の連続性を考慮すれば、たとえ $G_{12}, G_{21}, G_{35}, G_{45}, F_{54}$ のうちの一部またはすべてがゼロでなくても、それらの絶対値が十分に小さければ、この結論は依然として妥当する。