

環境流体における移流反応拡散現象の 数理モデリングと環境科学への応用

研究代表者 大春慎之助 研究員

環境中に現れる多くの移流反応拡散現象は環境流体内で進行する。流体運動は一般には乱流を伴う複雑現象であり、流体内に存在する物質や物体に対してより多様な過程が研究対象となる。これらの現象を適正に記述する数学モデルを定式化し、非線形解析における最新の知見を適用してこれらの数学モデルを詳細に解析し、具体的な応用に資することが必要である。この研究で取り扱う数学モデルは一般には高度に非線形であり、非線形解析における新しい考え方と手法を開発・考案することが要求される。また、数学モデルに基づく数値シミュレーションを実行するための数値解析的研究が重要である。

本プロジェクトでは以下の5点の研究課題に焦点を絞って研究を遂行し、所期の結果を得たので報告する。

(1) 様々な力が作用し均質でない多成分混相流体の研究: CFDを改良して適用することによって解の新しい構成法を提案し、多成分流体の構造の時間発展に関する新しい理論を立てた。数値振動を抑制した高精度スキームと既存のスキームを用いて数値シミュレーションを行い、数値解の信頼性を検証すると共に、検証解析した結果のデータベースを作成し、具体的な数学モデルに適用した。

(2) 有界変動関数の空間における非線形退化移流反応拡散現象の研究: 境界の正則性が低い領域上で非線形退化移流反応拡散現象を記述する方程式を有界変動関数の枠組みで研究した。拡散項が多孔性媒質の方程式に現れる退化性を持つ場合は、BV空間内で超関数の意味での解を定義し、その存在と一意性を証明した。また、拡散項の退化領域が内点を持つような強い退化性を持つ場合は、保存則方程式のエントロピー解の概念を2階の方程式へ適用し、BV空間内で解の存在と一意性を証明した。様々なモデルに適用できるような定式化を行い、証明にはBV理論に関する最新の成果を適用した。

(3) 生態系モデル、細胞増殖モデル、走化性・走光性モデル、構造物の熱力学的反応現象モデル、人口モデルを与える非線形移流拡散系の研究: 様々な生命現象の数学モデルによる記述を試み、これらの数学モデルの近似可解性を保証する数学理論と数値計算法の検討を行った。理論の意義と応用可能性を検証するための数値シミュレーションを援用し、現象の時間発展を解析した。

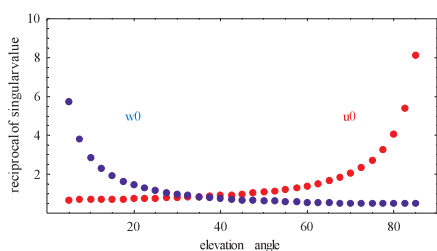


図1

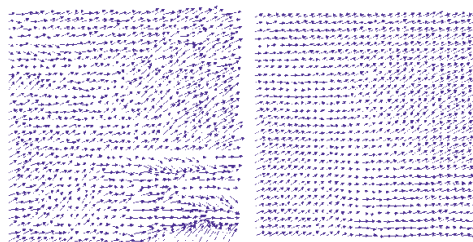


図2

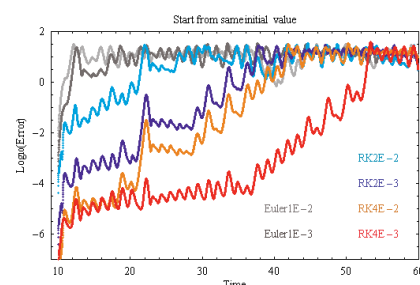


図4

(4) 環境問題を論じる上で、気象学の知見は重要である。今年度の研究では、大気現象の観測と予測に関する問題に焦点を当て、信頼性の問題や誤差が生み出す特異現象について調べた。図1から図4は、誤差を除去する補正方法や誤差のカオス挙動について表したものである。

図1は、Moore-Penroseの一般化逆行列を用いて得られた水平・垂直速度の誤差分布を表している。

図2は、鉛直成分が混入した誤差が含まれている流れ場を表す。

図3は、鉛直成分に起因する誤差を除去して得られた水平風の流れ場を表す。

図4は、計算スキームによる誤差増幅を表して居り、一定時間後には誤差増幅がカオス的に増大していることを表している。予測の限界を表す重要な結果である。

(5) 特異性を持つ偏微分方程式の研究: これらの方程式系はPDEの方法で取扱うことが困難になる。非線形半群の理論を用いて弱解を構成するために、解の L^∞ 評価に関する新しい解析方法を導入した。特異性を作用素で表現できるように初期値の集合を分類し、弱解の近似可解性に関する一般理論を得た。