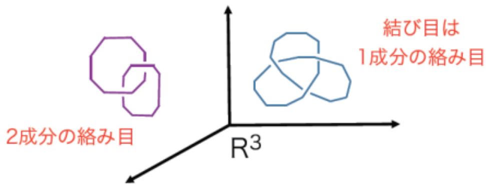
位相不変量の計算理論2

研究代表者　山本 慎　研究員

☆ 結び目と絡み目

* 結び目 (knot) とは 3 次元ユークリッド空間に埋め込まれた 1 つの単純閉曲線のこと.
* 絡み目 (link) とは 3 次元ユークリッド空間に互いに素に埋め込まれた有限個の単純閉曲線のこと. それぞれの単純閉曲線を成分という.

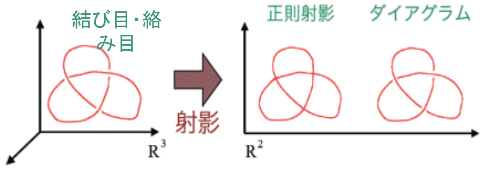


☆ 結び目・絡み目の課題

* 結び目・絡み目の自明性判定問題
* 結び目・絡み目の同値性判定問題

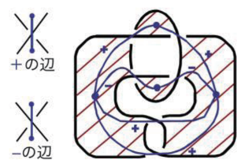
☆ 結び目・絡み目の表現

* 結び目, 絡み目は diagram (ダイアグラム) または, Tait graph で表し, 2 次元の図形として表して扱う.



☆ 結び目・絡み目の位相不変量

* 結び目・絡み目の同値性判定のために, 同値なものはその値が等しくなる “量”, 位相不変量を定義する.
* 同値性を判定する能力に優れている位相不変量として Jones polynomial がある.
* Jones polynomial は判定能力が優れているが計算するのが難しい.
  * Jones polynomial の計算は “# P 困難” であることが証明されて いる (Welsh 1993).

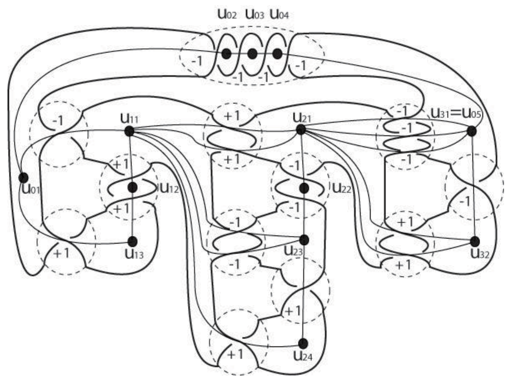


☆ 結び目・絡み目に条件を付けて Jones polynomial を現実的な時間で計算できるアルゴリズム：これまでの結果 (n は交点数)

* Tait graphs の Treewidth が高々2 の links ⇒ $O(n^5 \log n)$ 時間で計算できる. (Mighton 1999)
* Pretzel links ⇒ $O(n^2)$ 時間で計算できる. (Utsumi, Imai 2002)
* Arborescent links ⇒ $O(n^4 \log n)$ 時間で計算できる. (Hara, Tani, Yamamoto2002)
* 2-bridgelinks ⇒ $O(n^2 \log n)$　時間で計算できる. (Hara, Murakami, Tani, Yamamoto 2007)
* Closed 3-braid links ⇒ $O(n^2 \log n)$ 時間で計算できる. (Hara, Murakami, Tani, Yamamoto 2007)

☆ 新しい結果 (Hara, Murakami, Tani, Yamamoto 2009)

* Montesinos diagram の normal representation は Tait graphs から線形時間で求められる.
* Tait graph が Montesinos diagram の Tait graph かどうかは線形時間で決定できる.
* n corossings の Montesinos diagrams の Kauffman bracket polynomial は次数 $O(n)$ の多項式の $O(n)$ 回の和と積の演算で求められる.
* したがって, n corossings の Montesinos diagrams の Jones polynomial は $O(n^2 \log n)$ 時間で計算できる.



CHUO UNIVERSITY