

3次元 Lie 代数曲面モデルの適応的高品質メッシュ化法 (3次元画像処理における高品質な物体表現ならびに可視化に関する研究)

研究代表者 研 究 員 牧野 光則 (中央大学理工学部)

共同研究者 研 究 員 趙 晋輝 (中央大学理工学部)

共同研究者 準 研 究 員 鈴木 正樹 (中央大学大学院理工学研究科博士後期課程)

1 序論

近年のマルチメディア技術の急速な発展は、その一方で処理すべき情報量の巨大化を招いている。このため何らかの形で情報を圧縮し、必要なときに伸長・再現する必要がある。コンピュータグラフィックス (CG) は、物体形状や位置、光源種類や位置、視点位置、視線方向などのデータから任意のサイズの画像を生成する技術であり、画像伝送における情報圧縮技法の一つとしても注目されている [1]。

本稿では、Lie 代数モデルの適応的な高品質メッシュ化を提案する。高品質なメッシュとは、表現能力、処理時間、処理の容易さ、データ量の面から有効なメッシュである。曲面の品質はメッシュを用いた近似に依存するので、単に表現能力を高めるだけなら個々のメッシュを細かくすればよい。しかし、その反面データ量は膨大になる。そこで、曲面の変動を検証しながら、その箇所での変動に応じてメッシュのサイズを調整することで、高品質を保ちつつ適応的にメッシュを生成する。提案手法では、従来手法 [2] では考慮されていなかった生成点の近傍の変動の検証と、適切な終了条件の定義によって、より高品質なメッシュを生成する。

2 Lie 代数モデルによる曲面の表現 [3],[4],[5]

2.1 Lie 代数モデルからのメッシュ生成

Lie 代数モデルとは、要素の全てが微分可能である滑らかな C^∞ 級の多様体である Lie 群を曲面とみなすことによって表現される曲面モデルである [3][4]。Lie 代数モデルは高い表現能力を持ち、その表現能力は B-spline による曲面との実験比較によっても示されている [6]。

Lie 群上の任意の点 p における法ベクトル v は、式

$$v = Hp \quad (1)$$

で求められる。ここで、 H は表現行列と呼ばれる、形状と 1 対 1 に対応する行列である。

Lie 代数モデルを表すメッシュを生成するためには、メッシュの頂点を求める必要がある。以下、頂点の基本的な求め方を述べる。

Lie 群上の任意の点 p_i における法ベクトル v_i は式 (1) より求まる。更に、 v_i より接ベクトル w_i を求め、 w_i 方向にあるステップ幅進めた点を p_{i+1} とする (図 1)。これを繰り返すことによって、メッシュを構成する点が生成される。さらに、曲面の変動に沿って図 2 のようにステップ幅を適応的に調整することで、高品質メッシュのもととなる点群が生成される。

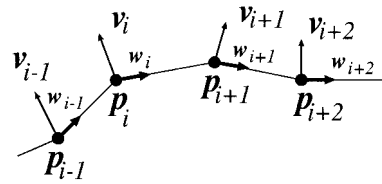


図 1 Lie 代数モデルのメッシュ化

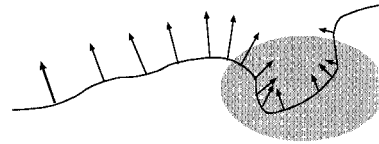


図 2 ステップ幅の制御

3 Lie 代数モデルに対する適応的高品質メッシュ化

本章では、本稿で提案する、Lie 代数モデルの補助点での検証を用いたメッシュ生成法のアルゴリズムを述べる。

3.1 分散方向の決定

初期点 p_0 から 3 次元曲面を生成するために、初期点から複数方向に点を生成させる。そのために、 p_0 の接ベクトルを等角度間隔に N 本定義し、各接ベクトル方向に点を生成することで複数の積分曲線を求める。

3.2 曲面の変動検証

本手法では各点における法ベクトルの変動値を用いて、生成する曲面の品質を検証する。点 p_i, p_{i+1} の法ベクトル v_i, v_{i+1} がなす角 θ は次式で与えられる。

$$\theta = \cos^{-1} \frac{v_i \cdot v_{i+1}}{|v_i||v_{i+1}|} \quad (2)$$

角 θ を閾値として予め与えた角 δ と比較し、 θ が δ よりも小さい場合に曲面変動が小さいとみなす。そうでない

場合には、閾値を満たすまで短縮したステップ幅を用いて p_{i+1} を再生成する。この処理によって、両点の間で変動が小さいことを確認できる [2]。

しかしこの処理のみでは、曲面の状況によっては両点の近傍の変動の検証が十分ではない。例えば、図 3(a) 左では局所的に窪みが生じているために、 v_i と v_{i+1} の比較だけでは正確に変動を検証したとはいえない。そこで、近傍品質検証のために補助点 $p_{i,1}$ $p_{i,2}$ を生成し (図 3(b))、対象とする法ベクトルを v_i 、 v_{i+1} 、 $v_{i,1}$ 、 $v_{i,2}$ の 4 本とする。この 4 本の法ベクトルの全ての組み合わせで変動が小さければ、図 3(b) の塗りつぶされた空間で曲面が大きく変動する可能性が少なく、 p_{i+1} は品質保証された点とみなす。

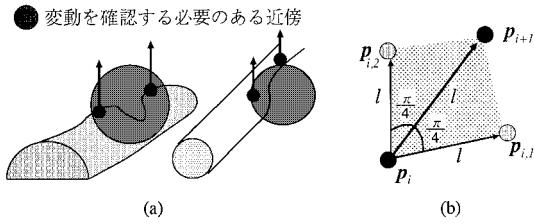


図 3 補助点を用いた品質検証

3.3 接ベクトル方向の決定

本研究で対象とする Lie 代数モデルは 3 次元モデルであり、1 本の法ベクトルに対する接ベクトルは無数に存在する。そのため以下の考え方により、無数に存在する接ベクトルから各点において適切な 1 本を選出する。図 4 において、点 p_i における接ベクトル w_i は次式

$$w_i = w_{i-1} - (v_i \cdot w_{i-1})v_i \quad (3)$$

で表される。ここで \cdot はベクトルの内積であることから、 w_i は v_i と直交することがわかり、式 (3) によって p_i における積分曲線の進行方向が定まる。

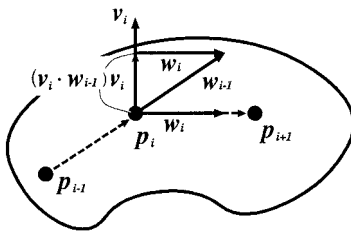


図 4 接ベクトル方向の決定

3.4 点生成の終了条件

これまでに述べた手法では、与えた近似精度を満たすようにメッシュサイズを適応的に変化させる。このため、曲面を表すために必要十分なメッシュ数を事前に見積もれない。このため、点の生成条件が適切でなければ、メッシュ生成が過不足になる可能性がある。そこで、本稿では、各

積分曲線において新たに点を生成する毎に、生成された点の法ベクトルと初期点の法ベクトルとのなす角 (内積) を求める。角度がある閾値に収まった場合、初期点と反対側の極が生成されたときのみ生成を終了する。

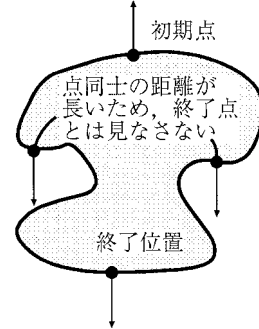


図 5 終了条件の定義

しかし、形状によっては条件を満たす点が複数存在する可能性がある (図 5)。そこで、全ての積分曲線の終了点の位置による検証を同時に行う。ここで j 番目の積分曲線の終了点を $p_{\{j,z\}}$ と表す。0 ~ N までの積分曲線の終了点 $p_{\{j,z\}}$ と他の積分曲線での終了点 $p_{\{0,z\}} \sim p_{\{j-1,z\}}$ 、 $p_{\{j+1,z\}} \sim p_{\{N,z\}}$ との距離が、これまで曲面を構成してきたメッシュの辺の長さのうちで最長のものよりも短くなった場合は生成を終了する。そうでない場合には、条件を満たすまで最短の長さの積分曲線についてさらに $p_{\{N,z+1\}}$ 以降の点を生成し、再度の検証を行う。点の生成が終了後、閉曲面の表現のために、各積分曲線の終了地点の位置を考慮し極となる 1 点を生成する。

以上の手法によって Lie 代数モデルによる閉曲面の表現を可能とする。

3.5 メッシュの生成

前節の手法で、曲面を表現するために十分な品質をもつ点群が生成される。次に、各積分曲線上の点を結び、メッシュを生成する。本手法では、初期点から複数の積分曲線を並列して生成するため、近傍の点を容易に把握できる。この性質を利用して、各積分曲線上の点と、隣接する積分曲線上の点を用いてメッシュを生成する。すなわち、 j 番目の積分曲線の i 番目の点を $p_{\{j,i\}}$ と表現した場合、 $p_{\{j,i\}}$ 、 $p_{\{j+1,i\}}$ 、 $p_{\{j,i+1\}}$ 、 $p_{\{j+1,i+1\}}$ の 4 点を結ぶ四角メッシュを生成する。また、初期点 $p_{\{0,0\}}$ の付近では、 $p_{\{0,0\}}$ 、 $p_{\{j,1\}}$ 、 $p_{\{j+1,1\}}$ の 3 点を結ぶ三角メッシュを生成する。

3.6 アルゴリズム

step1. パラメータの入力

曲面の不変特徴量 inv 、初期のステップ幅 t 、法ベクトルの変動の閾値となる角 δ 、初期点 p_0 、 t の縮小率 ϵ ($0 < \epsilon < 1$)

をパラメータとして入力する。

step2. 表現行列 H の生成

inv より、表現行列 H を生成する。

step3. 積分曲線方向の決定

p_0 における法ベクトル v_0 を求め、 N 本の積分曲線の進向方向を決定する。

step4. 隣接点の生成

各積分曲線ごとに p_i から v_i 、 w_i を計算し、 w_i 方向に t 進んだ位置を p_{i+1} とする。

step5. 法ベクトルの変動の検証

p_{i+1} における法ベクトル v_{i+1} を計算し、式 (2) より v_i と v_{i+1} がなす角 θ を計算する。 θ が δ より大きい場合、 $t = \epsilon t$ として step4 へ戻り、 p_{i+1} を再生成する。これを閾値を満たすまで繰り返す。

step6. 近傍の変動の検証

step5 で条件を満たした場合、品質検証補助点 $p_{i,1}$ 、 $p_{i,2}$ 、およびその法ベクトル $v_{i,1}$ 、 $v_{i,2}$ を求める。 v_i 、 v_{i+1} を含めた計 4 本の全ての組のなす角を求め、 δ と比較する。閾値を満たさない組が存在する場合、step5 と同様に $t = \epsilon t$ とし、step4 からやり直す。閾値を満たした場合には step7 に進む。

step7. 点生成の終了

点生成の終了条件を満たすか否かを検証し、満たしていれば終了。満たしていなければ、step4 に戻り生成を続ける。

step8. メッシュ生成

生成された点群より、メッシュを構成する。

4 シミュレーション

提案手法による生成画像を図 6 ~ 9 に示し、各図における各物体を表現する不変特徴量を表 1 に示す。

シミュレーションは Ultra SPARC IIi 上で行い、1 点に対しての最大分割回数を 6 回とした。このとき、最終メッシュ 10,000 枚の生成に平均約 2 秒を要した。また、図 6 ~ 9 におけるメッシュの可視化には、CG の代表的な手法であるレイ・トレーシング法を用いた。

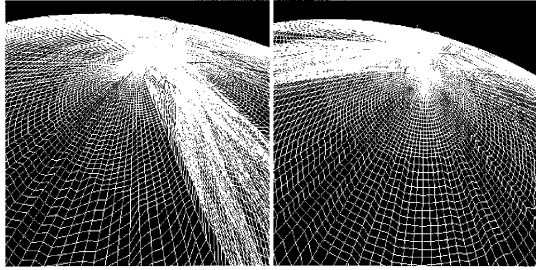
図 6 は、同一パラメータで表される曲面を利用して、補助点の有無による曲面変動の検出の違いを示す画像である。左の図は、提案手法により補助点を用いて変動を検出したものであり、右の図は従来手法 [2] によるものである。なお、今回のシミュレーションでは、補助点は積分曲線方向を軸にそれぞれ $\pi/4$ 方向に、その時点でのステップ幅の $1/2$ 進めた位置におくことで統一した。両図を比較すると、補助点付き検証を行った左の図では、全体的にメッシュが

小さくなっており、検出がより厳密に行われたことがわかる。特に、画面の右半分に形状の違いが表れている。左の図では曲面が盛り上がっていることが表現されているが、右の図ではそのような変動は見られない。これは、図 6(a) で示したように積分曲線の進行方向と別方向では法ベクトルの変動に違いがあるために生じており、本手法が近傍の検証を行うので検出された。このように、補助点を用いて、厳密に曲面変動を検証する本手法の優位性が示された。

図 7 は、同一パラメータに対して異なるステップ幅 t の初期値を用いて曲面をメッシュ化した結果である。右の図の場合の t の初期値は左の場合の 5 倍であるが、生成された曲面を比較しても差異は見られない。また、生成されたメッシュはそれぞれ 13,536 枚と 12,926 枚であり、1,010 枚の差が生じている。これは、変動の少ない箇所において、左の場合は t の初期値が小さいために冗長な点を生成したためと考えられる。品質面においては、 t の初期値の比は 1:5 であったのに対して、それぞれ最短となった t の長さの比は 1:1.25 であり、細かな変動部分では同程度の品質でメッシュ化されたことがわかる。これより、本手法により、冗長な部分は残るものの、初期値に依存せずに同品質のメッシュが生成されることが確認できた。

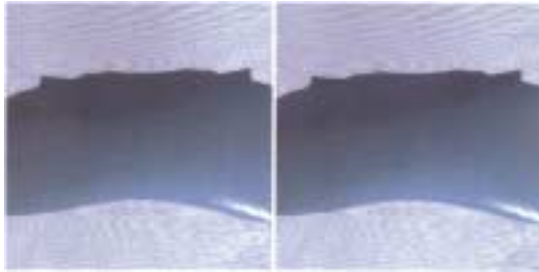
図 8 は、非代数的形状に対して、本手法で定義した点生成の終了条件を検証したシミュレーション結果である。右図は法ベクトルによる終了条件のみ、左図は各積分曲線の終了点間の距離を検証した結果である。ただし、状況把握を容易にするために、初期点と対になる極の点を生成せずに故意に穴が空いた状態で生成を終了している。右図では正しい終了位置か否かを考慮していないため、閉曲面としては不十分な状態で生成が終了している。これに対して左図では、点同士の距離を測定しながら終了点を補正したことによって、閉曲面と判断できる状態で点生成が自動的に終了しており、提案手法によって閉曲面を表現できることが示された。

図 9 は、ペンギンの形状を構成する線形 Lie 代数の不変特徴量に本手法を適用した結果である。全体の形状は、頭、胴、喙、左右の羽、両足の合計 7 個から構成されている。ただし、羽と足は同じ不変特徴量で初期点が異なるのみのため、不変特徴量は 5 種類である。各部分の不変特徴量は、オイラー角が非零であり、特に羽では急激に曲率が変化しているという特徴がみられ、2 次曲面では表現が難しい形状になっている。メッシュ生成時間は合計で約 15 秒であった。



(左：補助点有り，右：補助点無し)

図 6 補助点の有無による違い



(左：右 1:5)

図 7 t の初期値の違いによる結果



(左：補助点有り，右：補助点無し)

図 8 終了点補正の有無による違い



図 9 生成例

表 1 各曲面の不変特徴量

	不変特徴量					
図 6	-2.0	-0.2	0.0	-0.4	0.2	0.1
	0.1	0.8	1.0	0.0	0.0	0.0
	0.1	0.2	0.3	0.0	0.0	0.0
図 7	-0.6	-0.6	-0.2	0.0	0.0	0.0
	0.1	10.0	2.0	0.0	0.0	0.0
	21.0	-0.1	-1.0	0.0	0.0	0.0
図 8	0.6	0.6	0.6	0.1	0.2	0.0
	0.1	10.0	0.2	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.1	10.0	0.0	0.0	0.0

5 結論

本論文では，Lie 代数モデルを高品質かつ適応的にメッシュ化する手法を提案した。本手法によって，複雑な形状を表現するために有効な Lie 代数モデルのメッシュ化を，従来手法よりもさらに厳密に曲面変動を検証しながら行える。

Lie 代数モデルは，滑らかかつ複雑な曲面を表現可能なため，CAD 等の工業分野において有効に利用可能と考えられる。さらに本手法では，高精度を保ちつつ適応的なメッシュを生成するため，CG で利用する上でデータ量，計算コストの両面から効率的である。また，この特徴は画像通信への応用が期待できる。

参 考 文 献

- [1] 村上伸一：“画像処理工学”，東京電機大学出版局 (1996)
- [2] 河野真一，牧野光則，趙晋輝，石井進也：“線形リー代数による曲面に対する品質保証付きメッシュ作成技法”，信学論 (D-II)，Vol.J83，No.12，pp.2707-2715，2000.
- [3] 趙晋輝，烏谷彰：“視覚ベクトル場の線形リー代数を用いた 3 次元物体の表現と不変な認識方式”，信学技報，PRU94-142，pp.97-104，1995.
- [4] 趙晋輝，烏谷彰，大野慎一：“ハミルトンベクトル場のリー代数を用いた不変な物体表現と認識方式”，信学技報，IE95-82，pp.49-56，1995.
- [5] 趙晋輝，烏谷彰，箕輪研二：“接と法ベクトル場の線形リー代数を用いた物体の不変な表現と認識方式”，信学論 (D-II)，Vol.J83，No.9，pp.1870-1878，2000.
- [6] 浦康一，島田敏弘，趙晋輝：“B-spline 補間による線形リー代数の 3D 物体表現能力の評価”，信学ソ大，D-12-57，p.249，1997.

謝辞

本研究は中央大学理工学研究所 2000 年度共同研究「3 次元画像処理における高品質な物体表現ならびに可視化に関する研究」の一環として行われたものである。ここに記し，謝意を表する。